



UNIVERZITET CRNE GORE



ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Aldin Kajević

**UTICAJ BROJA ŠTAPOVA ROTORA NA PULSACIJE
ELEKTROMAGNETSKOG MOMENTA ČETVOROPOLNOG TROFAZNOG
ASINHRONOG MOTORA**

- MAGISTARSKI RAD -

Podgorica, 2020. godina

Podaci o magistrantu

Ime i prezime: Aldin Kajević

Datum i mjesto rođenja: 21.04.1995. godine, Rožaje, Crna Gora

Prethodno završene studije:

- Elektrotehnički fakultet, osnovne akademske studije (180 ECTS), studijski program Energetika i automatika, 2016.
- Elektrotehnički fakultet, specijalističke akademske studije (60 ECTS), studijski program Energetika i automatika, smjer Elektroenergetski sistemi, 2017.

Informacije o magistarskom radu

Fakultet: Elektrotehnički fakultet Podgorica

Studijski program: Energetika i automatika

Smjer: Elektroenergetski sistemi

Naslov rada: Uticaj broja štapova rotora na pulsacije elektromagnetskog momenta četvoropolnog trofaznog asinhronog motor

UDK, ocjena i odbrana magistarskog rada

Datum prijave rada: 23.09.2019.

Datum sjednice Vijeća na kojoj je prihvaćena tema: 09.12.2019.

Komisija za ocjenu teme i podobnosti magistranta:

prof. dr Gojko Joksimović

prof. dr Saša Mujović

doc. dr Martin Čalasan

Mentor: prof. dr Gojko Joksimović

Komisija za ocjenu i odbranu rada:

prof. dr Gojko Joksimović

prof. dr Saša Mujović

doc. dr Martin Čalasan

Datum odbrane: 02.07.2020.

Datum promocije:

Predgovor

U ovom magistarskom radu je predstavljen način na koji se, korišćenjem parametrizovanog dinamičkog modela asinhronog motora, baziranog na konceptu funkcije namotaja (PWF model u daljem tekstu, *parameterized winding function model*), može doći do odgovora na pitanje koja je to kombinacija broja statorskih i rotorskih žljebova koja rezultira minimalnim pulsacijama elektromagnetskog momenta u ustaljenom stanju, pri nominalnom opterećenju.

Rad je organizovan na način opisan u nastavku:

- **Uvod**

Uvodni dio sadrži osnovne motive za izradu ove teze, kao i pregled dosadašnjih istraživanja koja su vezana za temu ovoga rada;

- **Pravila pri odabiru kombinacije broja žljebova na statoru i rotoru kaveznog asinhronog motora**

U ovom poglavlju je dat osvrt na postojeća saznanja, analitičke izraze i iskustvene podatke koji se tiču izbora kombinacije broja žljebova na statoru i rotoru kaveznog asinhronog motora;

- **Dinamički model asinhrone mašine u prirodnom sistemu koordinata**

Pored osvrta na opšti dinamički model asinhronog motora akcenat u ovom poglavlju je dat na dinamički model asinhrone mašine koji je zasnovan na teoriji funkcije namotaja. Dat je i kratak osvrt na skorije publikovanu parametrizovanu verziju ovog modela koji je korišćen za dobijanje glavnih rezultata ovog istraživanja;

- **Iskošenje štapova rotora**

U ovom poglavlju je napravljena analiza uticaja iskošenja rotorskih žljebova

(štapova) na poboljšanje performansi asinhronog motora. Objašnjen je i način na koji se iskošenje implementira u prethodno pomenutom PWF modelu.

- **Rezultati**

U ovom poglavlju su prezentovani i analizirani glavni rezultati dobijeni iz PWF modela. U tom cilju je korišćen adekvatan kriterijum, tzv. *ripple* faktor elektromagnetskog momenta. Dobijeni rezultati su u cilju validacije modela poređeni sa rezultatima dobijenim korišćenjem komercijalnog softvera baziranog na metodi konačnih elemenata (FE model u daljem tekstu, *finite element* model);

- **Zaključak**

U zaključku su sumirani postignuti rezultati. Komentarisana su potencijalna buduća unapređenja i mogući dalji pravci istraživanja.

Ovaj magistarski rad je velikim dijelom nastao kao rezultat rada na projektu IMEI (Unapređenje energetske efikasnosti indukcionog motora optimalnim rešenjem elektromagnetskog dizajna) koji finansira Ministarstvo nauke Crne Gore. Rukovodilac projekta je Prof. dr Gojko Joksimović, a saradnici na projektu su Spec. Sci. Aldin Kajević, Prof. Alberto Tessorolo i dr Mario Mezzaroba sa Departmana za inženjering i arhitekturu Univerziteta u Trstu, Italija.

Ovom prilikom autor se želi zahvaliti mentoru Prof. dr Gojku Joksimoviću na uloženom vremenu i trudu, kao i bezrezervnoj podršci i pomoći tokom izrade magistarskog rada.

Naslov

Uticaj broja štapova rotora na pulsacije elektromagnetskog momenta četvoropolnog trofaznog asinhronog motora

Izvod rada

Broj žljebova na statoru, Q_s , i rotoru, Q_r , ili, preciznije, njihov odnos Q_s / Q_r , jedan je od najvažnijih izbora u procesu projektovanja asinhronog motora. Zbog važnosti ovog pitanja vremenom su ustanovljena brojna pravila, sa različitih aspekata, koja služe kao smjernice pri ovom izboru. Mnoga od pomenutih pravila su zasnovana na dugogodišnjem empirijskom iskustvu. Neka od njih su zasnovana na analitičkim razmatranjima rada motora sa različitih aspekata. Međutim, na pitanje koja je to optimalna kombinacija broja žljebova sa aspekta minimizacije pulsacija elektromagnetskog momenta u ustaljenom stanju još uvijek nema odgovora.

Ono što je predmet ovog magistarskog rada je primjena skorije razvijenog i publikovanog parametrizovanog dinamičkog modela baziranog na teoriji funkcije namotaja (PWF model u daljem tekstu, *parameterized winding function model*) u cilju određivanja optimalnog broja žljebova rotora sa aspekta minimizacije pulsacija elektromagnetskog momenta u ustaljenom stanju, u konkretnom slučaju četvoropolnog trofaznog asinhronog motora sa $Q_s = 36$ žljebova na statoru. Brojne su prednosti ovog modela. Asinhroni motor se modeluje u prirodnom sistemu koordinata. Egzaktna geometrija mašine kao i način izvođenja namotaja na statoru i rotoru se na jednostavan način uzima u obzir što rezultira realnim talasom magnetomotorne sile (mms u daljem tekstu) namotaja statora i rotora. Drugim riječima, model je sposoban da u obzir uzme sve prostorne harmonike talasa mms simultano a ne na bazi sumiranja

pojedinačnih harmoničnih komponenti. Dodatno, iskošenje žljebova na rotoru se modeluje na prilično jednostavan i intuitivan način. Principijelna prednost ovog modela u odnosu na model koji se zasniva na primjeni metode konačnih elemenata, FE model (*finite element model*), jeste neuporedivo kraće vrijeme izračunavanja.

Na samom startu je napravljen inicijalni dizajn četvoropolnog trofaznog asinhronog motora sa $Q_s=36$ žljebova na statoru i jednim, proizvoljno odabranim brojem štapova rotora, u ovom slučaju $Q_r=30$. Ovaj korak je baziran na tehnici koja je poznata kao *The output coefficient design concept*. Geometrijski i električni parametri motora dobijeni tokom ovog procesa su ulazni podaci u PWF model.

Već pomenuti PWF model motora je implementiran u programskom paketu MATLAB®. Prilikom implementacije modela korišćene su numeričke metode za rješavanje diferencijalnih jednačina kao i metode numeričke integracije. Iz PWF modela su dobijeni elektromagnetski moment, struje statora i rotora sa sadržajem relevantnih harmonika, za različite brojeve štapova rotora. Validacija PWF modela je urađena poređenjem rezultata sa rezultatima dobijenim iz FE modela koji je razvijen u komercijalnom softveru na Univerzitetu u Trstu, Italija. Iako je riječ o dva potpuno različita modela, po svojoj prirodi, dobijeno je odlično slaganje rezultata kako u kvantitativnom tako i u kvalitativnom smislu.

Rezultati dobijeni iz modela za broj štapova $22 \leq Q_r \leq 50$ su detaljno analizirani. U tom cilju je korišćen adekvatan kriterijum, tzv. *ripple* faktor razvijenog elektromagnetskog momenta: optimalan broj štapova rotora treba da rezultira minimalnim pulsacijama elektromagnetskog momenta u ustaljenom stanju tj. minimalnom vrijednošću *ripple* faktora. Na taj način se došlo do optimalnog broja štapova kako u slučaju neiskošenih tako i u slučaju iskošenih štapova rotora.

Ključne riječi: asinhroni motor, parametrizovani dinamički model asinhronog motora baziran na konceptu funkcije namotaja, iskošenje štapova, *ripple* faktor razvijenog elektromagnetskog momenta, optimalan izbor broja rotorskih štapova.

Title

The influence of rotor bars number on the electromagnetic torque ripple in a four-pole three-phase asynchronous motor

Abstract

The number of stator slots, Q_s , and number of rotor bars, Q_r , or, more precisely, their combination Q_s / Q_r , is one of the most important choices in the design process of an asynchronous motor. Due to the importance of this issue, many rules have been established over time, from various aspects, that serve as guidelines for this choice. Many of the rules mentioned are based on years of empirical experience. Some of them are based on analytical considerations of motor operation from various aspects. However, there is still no clear answer to the question of what is the optimal combination of slots in terms of minimizing steady-state electromagnetic torque pulsations.

The subject of this master's thesis is usage of recently developed and published parametric model based on winding function theory (PWF model – parameterized winding function model) in order to determine the optimum number of rotor bars in terms of minimizing steady-state electromagnetic torque pulsations in the particular case of a four-pole three-phase asynchronous motor with $Q_s = 36$ stator slots. This model provides an elegant and effective solution to the above mentioned problem. There are numerous advantages of this model. The asynchronous motor is modeled in a natural frame of reference. The exact geometry of the machine as well as that of the stator and rotor windings is easily taken into account, resulting in a realistic magnetomotive force wave (mmf) of stator and rotor windings. In other words,

the model is able to take into account all the spatial harmonics of the mmf wave simultaneously and not on the basis of the summation of the individual harmonic components. In addition, the skewing of rotor bars is modeled in a fairly simple and intuitive way. The principal advantage of PWF model over the model that is based on the application of the finite element method, FE (finite element) model, is the very short calculation time.

At the outset, an initial design of a four-pole three-phase asynchronous motor was made with $Q_s=36$ slots on the stator and one arbitrarily selected number of rotor slots, in this case $Q_r=30$. This step is based on a technique known as *The output coefficient design concept*. The geometric and electrical parameters of the motor obtained during this process are input to the PWF model.

The already mentioned model of the motor is implemented in the MATLAB[®] software package. Numerical methods for solving differential equations and numerical integration methods were used in the implementation of the model. From the model, electromagnetic torque, stator and rotor currents with the content of relevant harmonics were obtained for different numbers of rotor slots. The PWF model validation was realized by comparison with results from the FE model that is developed in the commercially available software at the University of Trieste, Italy. Results from both of the models, that are totally different in its nature, are in excellent agreement both in qualitative and quantitative terms.

The results obtained from the model for different number of rotor slots $22 \leq Q_r \leq 50$ were analyzed in detail. For that purpose adequate criteria was defined called ripple factor of developed electromagnetic torque: the optimum number of rotor slots should result in minimal electromagnetic torque ripple value in steady state condition. In this way, the optimum number of rotor bars was obtained in the case of skewed as well as unskewed rotor bars.

Keywords: asynchronous motor, parameterized winding function model, skewing of rotor bars, ripple factor of developed electromagnetic torque, optimal choice of rotor bars number.

Sadržaj

Predgovor	3
Izvod rada	5
Abstract	7
Popis slika i tabela	11
1.UVOD	14
2.PRAVILA PRI ODABIRU KOMBINACIJE BROJA STATORSKIH I ROTORSKIH ŽLJEBOVA ASINHRONOG MOTORA	22
3.DINAMIČKI MODEL ASINHRONE MAŠINE U PRIRODNOM SISTEMU KOORDINATA	34
3.1. Dinamički model rotacionog elektromehaničkog pretvarača	35
3.2. Dinamički model baziran na teoriji funkcije namotaja	42
3.3. Parametrizovani dinamički model baziran na teoriji funkcije namotaja (PWF model)	48
4.ISKOŠENJE ŠTAPOVA ROTORA	51
4.1. Uopšteno o iskošenju štapova rotora	51
4.2. Implementiranje iskošenja u PWF modelu	57

5.REZULTATI	58
5.1. Rezultati iz PWF modela	58
5.2. Određivanje optimalnog broja štapova sa aspekta minimalnih pulsacija elektromagnetskog momenta u ustaljenom stanju	69
5.3. Poređenje rezultata iz PWF i FE modela	76
6.ZAKLJUČAK	81
Literatura	83

Popis slika i tabela

Tabela 2.1. Preporučene kombinacije broja statorskih i rotorskih žljebova, [27]; neiskošeni rotorski žljebovi

Tabela 2.2. Kombinacije broja statorskih i rotorskih žljebova sa naznakama koje su prednosti i nedostaci svake od njih. Neiskošeni rotorski žljebovi, [4]

Tabela 2.3. Preporučene kombinacije broja statorskih i rotorskih žljebova, Iskošeni rotorski žljebovi za 1 ili 2 koraka statorskog ožljebljenja, [4]

Slika 3.1. Definisanje funkcije navojka

Slika 4.1. Indukovana elektromotorna sila u iskošenom štapu rotora

Tabela 5.1. Podaci modelovanog asinhronog motora $Q_s = 36, Q_r = 30, p = 2$

Slika 5.1. Geometrija žljeba statora

Slika 5.2. Geometrija žljeba rotora

Slika 5.3. Funkcija faznog namotaja A

Slika 5.4. Obrtna mms u trenutku kada je struja faze A maksimalna

Slika 5.5. Međusobna induktivnost faznog namotaja A i petlje rotora i njen izvod po ugaonoj koordinati za slučaj neiskošenih rotorskih štapova

Slika 5.6. Međusobna induktivnost faznog namotaja A i petlje rotora i njen izvod po ugaonoj koordinati za slučaj iskošenih rotorskih štapova. Ugao iskošenja $\gamma = 2\pi / Q_s = 2\pi / 36$

Slika 5.7. Ugaona brzina pri zalijetanju neopterećenog motora i njegovo opterećivanje u trenutku $t = 0.4s$, slučaj neiskošenih štapova

Slika 5.8. Razvijeni elektromagnetski moment pri zalijetanju neopterećenog motora i njegovo opterećivanje u trenutku $t = 0.4s$, slučaj neiskošenih štapova

Slika 5.9. Ugaona brzina pri zalijetanju neopterećenog motora i njegovo opterećivanje u trenutku $t = 0.4s$: slučaj iskošenih štapova

Slika 5.10. Razvijeni elektromagnetski moment pri zalijetanju neopterećenog motora i njegovo opterećivanje u trenutku $t = 0.4s$: slučaj iskošenih štapova

Slika 5.11. Struja faznog namotaja statora pri zalijetanju neopterećenog motora i njegovo nominalno opterećivanje u trenutku $t = 0.4s$: slučaj iskošenih štapova

Slika 5.12. Struja štapa rotora pri zalijetanju neopterećenog motora i njegovo nominalno opterećivanje u trenutku $t = 0.4s$: slučaj iskošenih štapova

Tabela 5.2. Vrijednosti *ripple* faktora ($Q_r = [22 \div 50]$), neiskošeni i iskošeni žljebovi

Slika 5.13. Vrijednosti *ripple* faktora elektromagnetskog momenta za slučaj neiskošenih štapova

Slika 5.14. Vrijednosti ripple faktora elektromagnetskog momenta za slučaj iskošenih štapova: $\gamma = 2\pi / Q_s = 2\pi / 36$

Slika 5.15. Razvijeni elektromagnetski moment za slučaj $Q_r = Q_s = 36$, neiskošeni štapovi

Slika 5.16. Razvijeni elektromagnetski moment za slučaj $Q_r = Q_s = 36$, štapovi iskošeni a korak ožljebljenja statora

Slika 5.17. Razvijeni elektromagnetski moment u ustaljenom stanju za slučaj $Q_r = 24$ (najgori slučaj, zelena linija) i $Q_r = 50$ (najbolji slučaj, plava linija), neiskošeni štapovi

Slika 5.18. Razvijeni elektromagnetski moment u ustaljenom stanju za $Q_r = 26$. PWF model (plava linija), FE model (zelena linija)

Slika 5.19. Razvijeni elektromagnetski moment u ustaljenom stanju za $Q_r = 30$. PWF model (plava linija), FE model (zelena linija)

Slika 5.20. Razvijeni elektromagnetski moment u ustaljenom stanju za $Q_r = 32$. PWF model (plava linija), FE model (zelena linija)

Slika 5.21. Razvijeni elektromagnetski moment u ustaljenom stanju za kombinaciju $Q_r = 45$. PWF model (plava linija), FE model (zelena linija)

Slika 5.22. Razvijeni elektromagnetski moment u ustaljenom stanju za $Q_r = 48$. PWF model (plava linija), FE model (zelena linija)

Tabela 5.3. Vrijednosti *ripple* faktora elektromagnetskog momenta

1. UVOD

Namotaj statora asinhronog motora se postavlja u Q_s ravnomjerno raspodijeljenih žljebova po obodu statora. Slično, namotaj rotora se postavlja u Q_r ravnomjerno raspoređenih žljebova po obodu rotora. Odnos Q_s / Q_r ima značajan uticaj na različite performanse asinhronog motora. Suštinski, različiti odnosi Q_s / Q_r rezultiraju različitim talasnim oblicima resultantnog obrtnog magnetskog polja produkujući različite vremenske harmonike u strujama statorskih i rotorskih namotaja u ustaljenom stanju. To za rezultat ima manje ili više izražene pulsacije u razvijenom elektromagnetskom momentu koji u idealnom slučaju treba da bude konstantan - nezavisan od vremena. Pulsacije elektromagnetskog momenta imaju za posljedicu povećanu buku i vibracije motora. Dodatno, kako su pulsacije elektromagnetskog momenta posljedica viših harmoničnih komponenti struja statora i rotora njihovo postojanje znači i povećane gubitke u motoru tj. smanjenu efikasnost motora.

Kako električni motori danas troše oko 50% ukupno proizvedene električne energije na globalnom nivou, a najveći procenat njih čine trofazni kavezni asinhroni motori, aktuelnost i primjerenost ove teme je očigledna.

Predmet ovog rada jeste ispitivanje uticaja izbora različitog broja štapova rotora na pulsacije elektromagnetskog momenta trofaznog kaveznog asinhronog motora u ustaljenom stanju. Konkretno, analiziran je mrežno napajani četvoropolni ($p=2$, gdje je p broj pari polova) motor sa $Q_s=36$ žljebova na statoru.

Dodatno, analiza će biti provedena za dva moguća realna slučaja: slučaj rotora sa neiskošenim žljebovima (štapovima) i slučaj rotora sa iskošenim žljebovima (štapovima). Pritom će se u drugom slučaju analizirati samo slučaj sa štapovima koji su iskošeni za jedan korak ožljebljenja statora kao slučaj koji je najčešći u praksi.

Broj žljebova na statoru, Q_s , i rotoru, Q_r , ili, preciznije, njihov odnos Q_s / Q_r je jedan od najvažnijih izbora u procesu projektovanja asinhronog motora. Neodgovarajući odnos može rezultirati bučnim motorom što obično zajedno ide sa vibracijama pri radu motora. U najgorem slučaju, motor uopšte ne može da se pokrene, [1]. Odnos broja žljebova takođe utiče na oblik momentne karakteristike i može da dovede do različitih anomalija u njenom obliku. Ovaj odnos, takođe, utiče i na druge karakteristike i performanse motora kao što su dodatni gubici, dodatno zagrijavanje mašine ali može da utiče i na cijenu izrade same mašine, [2-5].

Broj žljebova Q_s na statoru trofaznog asinhronog motora je najčešće takav da je broj žljebova po polu i fazi, q , cio broj - drugim riječima, broj žljebova statora zadovoljava relaciju: $Q_s = 6qp$. U praksi, najmanji broj žljebova po polu i fazi koji ima smisla je $q = 2$, mada je poželjno da ovaj broj bude i veći. Dakle, što se tiče broja žljebova na statoru on je manje više fiksiran i poznat: za četvoropolnu mašinu, $p = 2$, najčešći su slučajevi statora sa $Q_s = 24, 36, 48...$ žljebova a u zavisnosti od fizičkih dimenzija statora.

Što se tiče izbora broja žljebova (štapova) na rotoru, vremenom su ustanovljena brojna pravila, sa različitih aspekata, koja služe kao smjernice pri ovom izboru. Neka od prvih pravila je definisao Kron, [2], davne 1931. godine. U mnogim klasičnim udžbenicima se takođe daju smjernice pri izboru kombinacije žljebova na statoru i rotoru, [3-6]. Mnoga od pomenutih pravila su zasnovana na dugogodišnjem empirijskom iskustvu; neka od njih su zasnovana na analitičkim razmatranjima rada motora sa različitih aspekata.

The Induction Machine Handbook autora Boldea-e i Nasar-a, [6], jedna od ključnih referenci u oblasti, daje poželjne kombinacije žljebova za motore sa najčešćim brojem pari polova, $p=1$, $p=2$, $p=3$ i $p=4$ samo za slučaj iskošenih žljebova na rotoru.

Pomenuti priručnik navodi sljedeće poželjne kombinacije žljebova za slučaj četvoropolne mašine, $2p=4$:

$$Q_s / Q_r = 24 / (16, 18, 20, 30, 33, 34, 35, 36)$$

$$Q_s / Q_r = 36 / (28, 30, 32, 34, 45, 48)$$

$$Q_s / Q_r = 48 / (36, 40, 44, 57, 59)$$

$$Q_s / Q_r = 72 / (42, 48, 54, 56, 60, 61, 62, 68, 76)$$

Na pitanje koja je to optimalna kombinacija žljebova sa aspekta minimizacije pulsacija elektromagnetskog momenta u ustaljenom stanju još uvijek nema odgovora. Još preciznije: koji je optimalan broj štapova rotora kod četvoropolnog motora sa $Q_s = 36$ žljebova na statoru iz sljedećeg skupa $Q_r \in [28, 30, 32, 34, 45, 48]$ u cilju minimizacije pulsacija u elektromagnetskom momentu ili taj optimalan broj i ne pripada ovom skupu? Takođe, koji je broj štapova optimalan za slučaj neiskošenih štapova?

Dakle, razlog ovog istraživanja je sljedeći: ni nakon više od sto godina postojanja asinhrone mašine ne postoji precizan odgovor na sljedeće pitanje: koji je to optimalan odnos Q_s / Q_r za motor sa p pari polova koji će za rezultat imati minimalne pulsacije elektromagnetskog momenta u ustaljenom stanju?

Glavni cilj istraživanja jeste nalaženje optimalnog broja štapova rotora kod četvoropolnog kaveznog asinhronog motora sa $Q_s = 36$ žljebova na statoru koji će za rezultat imati najmanje moguće pulsacije elektromagnetskog momenta nominalno opterećenog motora u ustaljenom stanju. Pritom, biće analizirani motori sa iskošenim i neiskošenim štapovima rotora, slučajevi najčešći u praksi.

Svrha istraživanja jeste dolaženje do energetski efikasnijeg motora.

Veoma je teško uspostaviti generalno važeća pravila za izbor optimalne kombinacije broja žljebova posmatrano sa bilo kog aspekta. Razlog tome jeste veliki broj mogućih pari polova p (motori sa $p=1, 2, 3$ i 4 para polova čine standardni komercijalni asortiman proizvođača asinhronih motora širom svijeta), broja žljebova na statoru Q_s i dodatno, za svaku od ovih kombinacija $[p, Q_s]$ mnogo mogućih različitih brojeva žljebova Q_r na rotoru.

Tako veliki broj mogućih izbora prevazilazi mogućnost eksperimentalne provjere već zahtijeva pouzdan matematički model.

Jedna od mogućnosti numeričkog modelovanja jeste korišćenje komercijalnih softvera koji su zasnovani na metodi konačnih elemenata (FE modela). Takvi pristupi su komentarisani u narednom tekstu.

- Uticaj tri različita broja žljebova statora ($Q_s=36, 48$ i 60) i tri različita broja pari polova ($p=3, 4$ i 5) na talasni oblik struje štapa rotora i generalno performanse asinhronog kaveznog motora je ispitivan u [7]. Sva tri motora analizirana u toj studiji označena kao 36S6P, 48S8P i 60S10P su imala isti broj štapova rotora i dva žljeba po polu i fazi na statoru;
- Uticaj šest različitih brojeva štapova rotora ($Q_r=24, 28, 30, 40, 41$ i 48) na performanse četvoropolnog asinhronog motora sa $Q_s=36$ žljebova na statoru je ispitivan u studiji [8]. Rezultati prikazani u tom radu vode do zaključka da je rotor sa $Q_r=48$ štapova optimalno rješenje sa više različitih aspekata. Motor sa tim brojem štapova razvija dobar polazni moment, a sa druge strane ima mali sadržaj viših prostornih harmonika u talasu magnetske indukcije u stacionarnom radnom stanju;
- Slično istraživanje je prezentovano u [9]. Tamo je analiziran uticaj sedam različitih parnih brojeva štapova rotora ($Q_r=30, 36, 44, 52, 60, 68$ i 76) na performanse

osmopolnog asinhronog motora sa $Q_s=48$ žljebova na statoru. Autori zaključuju da, u okviru ograničenja koja su diktirana dizajnom a koja su u radu pobrojana, motor sa $Q_r=52$ štapa na rotoru pokazuje najbolje osobine sa više različitih aspekata: maksimalni momenat, minimalne pulsacije momenta, minimalni stepen zasićenja magnetskog kola, maksimalni faktor snage i efikasnosti. Analizom podataka autori su takođe došli i do nekoliko opštih saznanja. Prvo saznanje je da što je manji broj štapova na rotoru manje su distorzije u talasnom obliku struje štapa rotora; drugo saznanje je da što je veći broj štapova na rotoru manja je elektromagnetska sila koja djeluje na površinu jezgra statora;

- U [10] je korišćenjem FE modela analiziran trofazni, četvoropolni, kavezni asinhroni motor sa $Q_s=48$ statorskih žljebova i tri različita rotora sa $Q_r=38, 40$ i 42 rotorska žljeba. U cilju provjere rezultata dobijenih korišćenjem FE modela pomenute verzije motora su napravljene i na njima su izvršena mjerenja. Mjerenjem zvuka koji proizvode motori napajani izvorom promjenljive učestanosti određena je maksimalna amplituda zvuka i frekvencija pri kojoj se taj zvuk javlja. Sa aspekta amplitude zvuka motor sa $Q_r=42$ rotorska žljeba pokazao je najgore rezultate. Zaključeno je da se maksimalna amplituda zvuka javlja pri onoj frekvenciji pri kojoj je frekvencija jednog od harmonika magnetomotorne sile jednaka prirodnoj frekvenciji samog motora kada dolazi do rezonanse. Razvojem u Furijeov red dobijeni su prostorni i vremenski harmonici talasa magnetomotorne sile a njihovom analizom utvrđen je prostorni i vremenski red harmonika koji dovodi do rezonanse;
- U [11] je korišćenjem FE modela analiziran trofazni, dvopolni, asinhroni motor sa punim (nelameliranim) rotorom čiji stator ima $Q_s=48$ žljebova a broj usjeka na rotoru se mijenja od $Q_r=28$ do $Q_r=36$. Analizom podataka autori su došli do nekoliko opštih zaključaka. Uočeno je da sa povećanjem broja usjeka na rotoru raste i obrtni momenat

motora i to skoro linearno. Sa druge strane, povećanje broja usjeka na rotoru ima negativan uticaj na Džulove gubitke u rotoru. Takođe, uočeno je da u slučaju neparnog broja rotorskih usjeka dolazi do pojave neizbalansirane magnetske sile između rotora i statora. Vrijednost disbalansa nije zanemariva, te stoga autori ne preporučuju neparan broj usjeka (žljebova) na rotoru;

- U [12] je korišćenjem FE modela analiziran trofazni, četvoropolni asinhroni motor nominalne snage 500kW i nominalnog napona 6kV u slučaju kaveznog rotora sa bakarnim štapovima. Oblik i dimenzije štapova su mijenjane ali je površina njihovog poprečnog presjeka održavana stalnom. Uočeno je da promjene u obliku i dimenzijama imaju veliki uticaj na polazni i maksimalni obrtni momenat motora kao i na Džulove gubitke u motoru. U opštem slučaju, oblici i dimenzije koje imaju dobar uticaj na polazni moment imaju loš uticaj na vrijednost maksimalnog momenta i Džulove gubitke. Prilikom izbora najboljeg oblika i dimenzija treba uzeti u obzir sve ove faktore i naći oblik koji najbolje zadovoljava namjenu motora;
- U [13] autori su, definišući funkciju reluktanse po obodu mašine i koristeći razvoj u Furijeov red, odredili harmonike u talasu magnetomotorne sile. Broj harmonika koji se dobijaju na ovaj način je neograničen ali je, kako je to navedeno, dovoljno posmatrati samo one nižeg reda jer je amplituda harmonika obrnuto proporcionalna redu harmonika. Kao zaključak provedene analize dobijeni su izrazi za učestanost vremenskih i prostornih harmonika u zavisnosti od više veličina kao što su: f - frekvencija napajanja, s - klizanje, p - broj pari polova i broj žljebova na statoru i rotoru. Navodi se da i Q_s i Q_r imaju uticaj na učestanost prostornih harmonika, dok vremenska učestanost zavisi samo od Q_r . To znači da izbor broja rotorskih žljebova ima veći uticaj od broja statorskih žljebova što je povoljno i sa ekonomskog aspekta jer je puno lakše mijenjati broj rotorskih žljebova na kaveznom rotoru;
- U [14] su dati eksperimentalni podaci o nivou buke i frekvencijama pri kojim se buka

javlja za dva motora pri različitim opterećenjima. Prvi motor je trofazni, četvoropolni motor nominalne snage 1.5kW i nominalnog napona 200V, broj statorskih žljebova je $Q_s=36$, a broj žljebova rotora se mijenja od $Q_r=27$ do $Q_r=45$. Drugi motor je trofazni, šestopolni, nominalne snage 0.7kW i nominalnog napona 200V, broj statorskih žljebova je $Q_s=36$, a broj žljebova na rotoru se mijenja od $Q_r=27$ do $Q_r=45$. U radu su date i prirodne frekvencije statora za oba motora kao i objašnjenje eksperimentalne postavke. Zaključci do kojih su autori došli je da kada je broj žljebova na rotoru cjelobrojan umnožak broja polova ne dolazi do pojave rezonanse, a samim tim ni do izražene buke;

- U [15] je korišćenjem FE modela analiziran trofazni, dvopolni, kavezni asinhroni motor sa punim (nelameliranim) rotorom čiji stator ima $Q_s=36$ žljebova a broj žljebova na rotoru se mijenja od $Q_r=24$ do $Q_r=32$. Analizom podataka iz FE modela autori su došli do nekoliko opštih zaključaka. Prvi zaključak je da povećanje broja žljebova na rotoru nema veliki uticaj na promjenu maksimalnog obrtnog momenta. Drugi zaključak je da sa povećanjem broja žljebova na rotoru opadaju gubici u rotoru i to skoro linearno što je vrlo bitno jer nelamelirani rotori imaju sklonost ka povećanim gubicima usljed pojave vrtložnih struja. Autori su takođe konstatovali dobro poklapanje rezultata iz FE modela sa nekim preporučenim kombinacijama koje se mogu pronaći u [2];
- U [16] je korišćenjem FE modela analiziran trofazni, četvoropolni, kavezni asinhroni motor sa $Q_s=36$ statorskih žljebova, nominalne snage 18kW i nominalnog napona 240V u slučaju pet različitih rotora sa $Q_r=28, 33, 34, 44$ i 46 žljebova. Motor je analiziran sa aspekta gubitaka u gvožđu pri neopterećenom motoru. U radu su date dvije metode uz pomoć kojih se rezultati raspodjele fluksa dobijeni korišćenjem FE modela mogu iskoristiti za proračun gubitaka u gvožđu. Dato je i poređenje rezultata dobijenih korišćenjem pomenutih metoda sa eksperimentalnim rezultatima gdje je uočeno dobro

slaganje rezultata. Autori takođe ističu i postojanje dobre korelacije između gubitaka u gvožđu pri neopterećenom motoru i temperature namotaja pri nominalnom opterećenju motora.

Analizom prethodnih radova može se zaključiti sljedeće:

Ni u jednom od nabrojanih radova nije u obzir uzet efekat iskošenja štapova rotora: sve analize podrazumijevaju neiskošene štapove.

Dalje, u većini radova nije kontinualno mijenjan broj žljebova na rotoru već su se autori zadržali na nekoliko, manje ili više slučajnih izbora.

Takođe, zajedničko za sve radove jeste da je za numeričko modelovanje korišćen komercijalni softver zasnovan na metodi konačnih elemenata (*2-D non-linear, time-stepping finite element analysis of the magnetic field*), FE model.

Međutim, takvi softveri ne dozvoljavaju parametrizovanu studiju različitog broja žljebova na rotoru. Dodatno, modelovanje asinhronog motora u takvim softverima kao i rješavanje modela je izuzetno vremenski zahtjevno – riječ je o desetinama časova potrebnim za rješavanje jednog konkretnog modela. Dakle, očigledno je potreban drugi pristup, odnosno, alternativni model.

U tezi će biti primijenjen skorije razvijen i publikovan parametrizovani model baziran na teoriji funkcije namotaja (PWF model), [17], [18]. Ovaj model obećava elegantno i efikasno rješenje problema čije je rješavanje cilj ovog istraživanja. Radi se o veoma moćnom modelu koji omogućava kontinualnu promjenu broja štapova na rotoru i usput, omogućava elegantan i vremenski efikasan način uzimanja u obzir iskošenja štapova rotora za sasvim proizvoljan ugao, [19]. Drugim riječima, broj štapova rotora i ugao iskošenja su slobodni parametri ovog modela pri čemu snaga motora ostaje invarijantna.

2. PRAVILA PRI ODABIRU KOMBINACIJE BROJA STATORSKIH I ROTORSKIH ŽLJEBOVA ASINHRONOG MOTORA

Jedan od izazova prilikom dizajniranja i konstrukcije efikasnih i tihih kaveznih asinronih motora, motora sa dobrom pogonskom karakteristikom, jeste pravilan izbor kombinacije broja statorskih i rotorskih žljebova. U literaturi se može pronaći puno informacija na ovu temu. Te informacije su obično date u obliku pravila koja su u suštini dobijena na dva načina. Prvi način je iskustveni, kroz veliki broj testiranja i eksperimenata, a drugi način je analizom prostornih i vremenskih harmonika u obrtnom magnetskom polju mašine. Dobijanje korisnih pravila korišćenjem analize vremenskih i prostornih harmonika je jako teško jer je broj harmonika ogroman i postoji više razloga usljed kojih oni nastaju. Neki od tih razloga su raspodijeljeni statorski namotaji, promjenljiva reluktansa u vazдушnom procjepu usljed postojanja statorskih i rotorskih žljebova, harmonici u samoj napojnoj mreži ili harmonici koji su posljedica napajanja pomoću invertora, itd. Kao posljedica prethodno navedenog može se zaključiti da je analiza harmonika vrlo komplikovana i da je samim tim vrlo teško doći do analitičkih izraza i pravila koja se tiču izbora broja žljebova kaveznog rotora. Često pretpostavke dobijene analizom harmonika nijesu u skladu sa eksperimentalnim rezultatima [27]. Ono što je takođe potrebno uočiti je da se pravila za izbor broja rotorskih žljebova mogu klasifikovati kao dobra ili loša samo u odnosu na neki kriterijum. Često se dešava da je neki izbor broja rotorskih žljebova vrlo dobar po jednom kriterijumu ali da ne zadovoljava neki drugi [2]. Izbor kriterijuma zavisi od potrebnih karakteristika i namjene motora. Neki od kriterijuma koji se često koriste su: mala buka i

vibracije motora, izbjegavanje štetnih harmonika pri određenim brzinama rotacije u pozitivnom ili negativnom smjeru, pojava parazitskih sinhronih momenata pri pokretanju motora, pojava puzanja motora (crawling) pri određenim brzinama, postojanje nepravilnosti i pikova u pogonskoj krivoj brzina-moment, itd. [3-6], [27]. U nastavku će biti naveden niz pravila koja su prikupljena iz različitih referenci.

Neka od prvih pravila pri odabiru kombinacije broja statorskih i rotorskih žljebova formulisao je Gabrijel Kron 1931. godine, [2]. Kron je do ovih pravila došao analitičkim putem i njihovu ispravnost potvrdio rezultatima mjerenja koji su postojali u tada dostupnoj literaturi. Ono što je Kron uočio je da usljed postojanja statorskih i rotorskih žljebova postoji i promjena u vrijednosti magnetske otpornosti, reluktanse, po obodu vazdušnog procjepa mašine i da baš ta promjena unosi dodatne harmonike u obrtnom magnetskom polju mašine. Promjena u vrijednosti reluktanse je posljedica dijelom statorskih, a dijelom i rotorskih žljebova koji rotiraju što dodatno komplikuje analizu ovog problema. Radi lakše analize Kron pretpostavlja pravougane žljebove i uvodi tri reluktanse: konstantnu, stacionarnu i obrtnu. Konstantna reluktansa je ona koja bi postojala kada ne bi bilo ni statorskih ni rotorskih žljebova, stacionarna je posljedica statorskih žljebova, a obrtna je posljedica rotirajućih rotorskih žljebova. Uvođenje pomenutih reluktansi omogućava definisanje oscilatorne reluktanse koja je različita za svaki novi položaj rotora u odnosu stator. Postojanje baš ove oscilatorne reluktanse je razlog nezadovoljavajućih performansi pojedinih kaveznih asinhronih motora sa određenim kombinacijama broja statorskih i rotorskih žljebova. Razlog negativnog uticaja oscilatorne reluktanse na karakteristike motora je posljedica velikog inteziteta promjene koju ona unosi u vrijednost ukupne reluktanse. Oscilatorna reluktansa ima vrlo komplikovanu promjenu koju je naizgled matematički teško izraziti. Ono što je Kron uočio je da ako se korišćenjem razvoja u Furijeov red dobiju harmonici stacionarne i obrtne reluktanse i ako se odredi njihov proizvod taj proizvod će predstavljati harmonike oscilatorne reluktanse. Broj harmonika koji se dobija na ovaj način je ogroman ali je dovoljno posmatrati samo one koji

imaju najviše uticaja. Harmonici koji imaju najviše uticaja su kod stacionarne reluktanse harmonik prostorne učestanosti jednake broju statorskih žljebova, Q_s , kod obrtne reluktanse harmonik prostorne učestanosti jednake broju rotorskih žljebova, Q_r , i kod oscilatorne reluktanse harmonici učestanosti koja je jednaka pozitivnoj ili negativnoj vrijednosti razlike broja statorskih i rotorskih žljebova. Analizom prethodno pomenutih harmonika Kron je formulisao devetnaest pravila koja je podijelio u tri grupe. Prva grupa pravila odnosi se na kombinacije koje dovode do pojave vibracija i buke, druga grupa se odnosi na kombinacije koje dovode do pojave puzanja (crawling) motora na određenim brzinama i treća grupa se odnosi na manje nepravilnosti i pikove (hooks) koji se mogu uočiti na izlaznoj karakteristici moment-brzina.

Prva grupa pravila:

1. Kada je razlika u broju žljebova jednaka jedan ili broju polova plus ili minus jedan, mogu se javiti buka i vibracije.
2. Kada je razlika u broju žljebova jednaka polovini broja polova mogu se javiti buka i vibracije.
3. Kada je razlika u broju žljebova jednaka broju polova mogu se javiti buka i vibracije, a u nekim slučajevima dolazi i do pojave jake buke praćene kritičnim vibracijama.

Druga grupa pravila:

1. Kada je razlika u broju žljebova jednaka broju polova i rotor ima više žljebova od statora javlja se sinhrono puzanje (synchronous crawling) na brzini $2\omega_s / Q_r$, gdje je ω_s sinhrona brzina. Kada rotor ima manje žljebova od statora, a prethodni uslov je zadovoljen, puzanje se javlja pri negativnoj brzini - rotor rotira malom brzinom u smjeru suprotnom smjeru rotacije osnovnog harmonika polja.

2. Kada je broj rotorskih žljebova veći od $Q_s + p$, gdje je p broj pari polova, za, recimo, osamdeset posto, puzanje se javlja na brzini $\omega_s / Q_s + p$.
3. Kada je broj rotorskih žljebova veći od $Q_s - p$, za, recimo, osamdeset posto, puzanje se javlja pri brzini $\omega_s / Q_s - p$ kada je smjer rotacije suprotan.
4. Kada je broj rotorskih žljebova djeljiv sa brojem polova kod dvofaznog motora može doći do puzanja na jednoj petini sinhronne brzine ako se motor pokreće opterećen.
5. Kod dvofaznog motora može doći do puzanja na jednoj trećini sinhronne brzine kada rotira u suprotnom smjeru pod opterećenjem.
6. Kada je količnik $Q_r / 2p$, cio broj jednak ili blizak jedinici može doći do puzanja pri brzini ω_s / Q_r .
7. Kada se dese vibracije definisane u prvoj grupi pravila pri malim brzinama tada može doći i do pojave puzanja motora.
8. Kada postoje harmonici, čija je vrijednost veća od deset posto osnovnog harmonika, u obrtnom magnetskom polju koji su posljedica načina namotavanja statorskog namotaja može doći do pojave puzanja rotora.

Treća grupa pravila:

1. Kada je broj rotorskih žljebova veći od $Q_s + p$ manja nepravilnost se javlja na pogonskoj karakteristici motora pri brzini $\omega_s (Q_s + p)$.
2. Kada je broj rotorskih žljebova veći od $Q_s - p$ manja nepravilnost se javlja na pogonskoj karakteristici motora pri brzini $\omega_s (Q_s - p)$.
3. Kada je broj rotorskih žljebova djeljiv sa brojem polova nepravilnost se javlja na pogonskoj karakteristici motora pri brzini ω_s / Q_r .

4. Kada je broj rotorskih žljebova djeljiv sa brojem polova nepravilnost se javlja na pogonskoj karakteristici motora pri jednoj sedmini sinhronne brzine kod trofaznih motora i jednoj petini sinhronne brzine kod dvofaznih motora. U oba slučaja javlja se još jedna nepravilnost pri brzini ω_s / Q_r .
5. Kada je $Q_r = 2p(1 + k_1 m)$ malo sinhrono zaključavanje se dešava pri brzini $\omega_s (2 / k_2 Q_r)$, gdje su: m broj faza, k_1 i k_2 cijeli brojevi.
6. Bilo koji dvofazni motor ima nepravilnost pri jednoj trećini sinhronne brzine ako rotira u suprotnom smjeru.
7. Kada postoje harmonici, čija je vrijednost veća od osam posto osnovnog harmonika, u obrtnom magnetskom polju koji su posljedica načina namotavanja statorskog namotaja uvijek se javlja nepravilnost na pogonskoj karakteristici.
8. Kada se dese vibracije definisane u prvoj grupi pravila pri većim brzinama tada, može doći i do pojave manjih nepravilnosti na pogonskoj karakteristici.

Prethodna pravila, kako i sam autor navodi, se ne mogu smatrati za potpuna i pokrivaju samo slučajeve do tada poznate autoru. Ono što takođe treba uočiti je da prilikom definisanja velikog dijela prethodno navedenih pravila autor koristi izraz „može” izražavajući na taj način određenu dozu nesigurnosti.

U referenci [27] su data tri pravila koja omogućavaju adekvatan izbor kombinacije broja statorskih i rotorskih žljebova. Data su i kratka objašnjenja negativnih uticaja koji su posljedica nepridržavanja navedenih pravila kao i kratak osvrt na uzroke njihovog nastanka. Takođe, radi lakše orijentacije data je i tabela sa preporučenim kombinacijama broja statorskih i rotoskih žljebova.

Pravila pri izboru broja rotorskih žljebova su, [27]:

1. Sljedeće kombinacije nijesu poželjne sa aspekta buke i vibracija: $Q_s - Q_r = \pm 2$, $Q_s - Q_r = \pm(p \pm 1)$ i $Q_s - Q_r = \pm(p \pm 2)$.
2. Sljedeće kombinacije mogu imati pikove u pogonskoj karakteristici moment-brzina: $Q_s - Q_r = \pm p$, $Q_s - Q_r = -2p$, $Q_s - Q_r = -5p$.
3. Kod sljedećih kombinacija motor ne može startovati: $Q_s = Q_r$, $Q_s - Q_r = \pm kp$, gdje je k cio broj.

U ovoj referenci nema posebnog osvrta na pravila u slučaju iskošenih rotorskih žljebova, mada autor navodi da je najčešća kombinacija za manje motore $Q_s - Q_r = \pm 2p$ sa iskošenim rotorskim žljebovima u cilju smanjenja pikova u pogonskoj karakteristici.

Tabela 2.1. Preporučene kombinacije broja statorskih i rotorskih žljebova, [27]; neiskošeni rotorski žljebovi

Broj pari polova p	Q_s	Q_r
1	36	26, 28, 44
	48	38, 40, 56
	54	46
	60	52, 68, 78
2	36	26, 28, 44
	48	34, 38, 40, 56
	60	34, 44, 46, 76
	72	58
3	36	46, 48
	48	58, 60, 64, 68
	54	42, 66
	72	54, 58, 84, 88

4	36	48, 52
	48	58, 64
	54	70
	72	58, 88
5	72	58, 88, 92
6	72	58, 92

U referenci [4] je dato sedam pravila koja omogućavaju adekvatan izbor kombinacije broja statorskih i rotorskih žljebova. Prvih šest pravila važe za rotore sa neiskošenim žljebovima, dok se sedmo pravilo odnosi na rotor sa iskošenim žljebovima. Pored pomenutih pravila date su i tabele u kojima je predstavljen veliki broj kombinacija sa naznakama koje su prednosti i nedostaci svake kombinacije. Autor je podatke u tabelama preuzeo iz knjige njemačkog autora Richtera, [3].

Pravila pri izboru broja rotorskih žljebova data u [4] su:

1. U cilju smanjenja parazitskih momenata potrebno je da broj rotorskih žljebova bude što manji. Generalno je preporučeno da se zadovolji sljedeći uslov $Q_r < 1.25Q_s$;
2. Da bi se ograničili parazitski momenti kada je motor preopterećen, broj žljebova na rotoru treba da zadovolji uslov $Q_r \neq 6pk$, gdje je k bilo koji pozitivan cijeli broj;
3. U cilju izbjegavanja parazitskih momenata kreiranih od strane žljebnih harmonika broj rotorskih žljebova treba da zadovolji sljedeće uslove: $Q_r \neq Q_s, Q_r \neq Q_s / 2, Q_r \neq 2Q_s$;
4. Da bi se izbjegli parazitski momenti u ustaljenom stanju motora, sljedeća nejednakost treba biti zadovoljena $Q_r \neq 6pk \pm 2p$, k je pozitivan cijeli broj;
5. Da bi se izbjegli opasni žljebni harmonici sljedeće nejednakosti trebaju biti zadovoljene: $Q_r \neq Q_s \pm 2p, Q_r \neq 2Q_s \pm 2p, Q_r \neq Q_s \pm p, Q_r \neq Q_s / 2 \pm p$;

6. Da bi se izbjegle mehaničke vibracije motora sljedeće nejednakosti trebaju biti zadovoljene: $Q_r \neq 6pk \pm 1$, $Q_r \neq 6pk \pm 2p \pm 1$;
7. Za slučaj iskošenih rotorskih žljebova broj žljebova na rotoru treba da zadovolji sljedeću jednakost $Q_r = (6q + 4)p = Q_s + 4p$, gdje je q broj statorskih žljebova po polu i fazi.

U nastavku su date tabele sa mogućim kombinacijama broja statorskih i rotorskih žljebova i sa naznakama koje su prednosti i nedostaci svake kombinacije. Rotorski žljebovi nijesu iskošeni. Samo kombinacije bez ikakvog simbola su siguran izbor. Sve ostale kombinacije imaju neke nedostatke. Nedostaci su označeni simbolima čija su značenja sljedeća: (–) parazitski momenti u režimu kočnice, (+) parazitski momenti pri pozitivnom smjeru rotacije, (x) mehaničke vibracije, (o) štetni sinhroni momenti pri mirovanju motora.

Tabela 2.2. Kombinacije broja statorskih i rotorskih žljebova sa naznakama koje su prednosti i nedostaci svake od njih. Neiskošeni rotorski žljebovi, [4].

Q_s	Desetice broja rotorskih žljebova	Broj pari polova $p=1$, neiskošeni rotorski žljebovi									
		Jedinice broja rotorskih žljebova Q_r									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
24	1	-	x	o	x	+	x	-	x	o	x
	2	+	x	-	x	o	x	+	x	-	x
	3	o	x	+	x	-	x	o	x	+	x
36	1	-	x	o	x	+	x	-	x	o	x
	2	+	x	-	x	o	x	+	x	-	x
	3	o	x	+	x	-	x	o	x	+	x
	4	-	x	o	x	+	x	-	x	o	x
	5	+	x	-	x	o	x	+	x	-	x

48	1	-	x	o	x	+	x	-	x	o	x
	2	+	x	-	x	o	x	+	x	-	x
	3	o	x	+	x	-	x	o	x	+	x
	4	-	x	o	x	+	x	-	x	o	x
	5	+	x	-	x	o	x	+	x	-	x
	6	o	x	+	x	-	x	o	x	+	x
Q_s	Desetice broja rotorskih žljebova	Broj pari polova $p=2$, neiskošeni rotorski žljebovi									
		Jedinice broja rotorskih žljebova Q_r									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
24	1	-	x	o	x	+	x	+	x		x
	2	-	x	-	x	o	x	+	x	+	x
	3		x	-	x		x	o	x		x
36	1		x	o	x		x	$\pm$	x	o	x
	2	$\pm$	x		x	o	x		x	+	x
	3		x	-	x	-	x	o	x	+	x
	4	+	x		x	-	x		x	o	x
	5		x	+	x		x	-	x		x
48	1		x	o	x		x	+	x		x
	2	-	x	-	x	o	x	+	x	+	x
	3		x	-	x		x	o	x		x
	4	+	x		x	-	x	-	x	o	x
	5	+	x	+	x		x	-	x		x
	6	o	x	o	x	+	x		x	-	x
	Desetice	Broj pari polova $p=3$, neiskošeni rotorski žljebovi									

Q_s	broja rotorskih žljebova	Jedinice broja rotorskih žljebova Q_r									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
36	1		x	-	x		-		x	o	x
	2		+		x	+	x				x
	3	-	x		-		x	o	x		+
	4		x	+	x				x	-	x
	5				x	o	x				x
54	1		x	-	x				x	o	x
	2				x	o	x		o		x
	3	$\pm$	x				x	o	x		
	4		x	+	x				x	-	x
	5		-		x	o	x		+		x
	6	+	x				x	-	x		
	7		x	o	x				x	+	x
72	1		x	-	x				x	o	x
	2				x	+	x				x
	3	-	x		-		x	o	x		+
	4		x	+	x				x	-	x
	5				x	o	x				x
	6	+	x				x	-	x		-
	7		x	o	x		+		x	+	x
	8				x	-	x				x
	9	o	x				x	+	x		

Tabela 2.3. Preporučene kombinacije broja statorskih i rotorskih žljebova. Iskošeni rotorski žljebovi za 1 ili 2 koraka statorskog ožljebljenja, [4].

Broj pari polova p	Q_s	Q_r
1	24	28, 16, 22
	36	24, 28, 48, 16
	48	40, 52
	60	48
2	36	24, 40, 42, 60, 30, 44
	48	60, 84, 56, 44
	60	72, 48, 84, 44
3	36	42, 48, 54, 30
	54	72, 88, 48
	72	96, 90, 84, 54
4	36	48
	48	72, 60
	72	96, 84

Istraživanja i radovi novijeg datuma, kao što su [10] i [13] uglavnom istražuju najbolje kombinacije broja statorskih i rotorskih žljebova sa aspekta buke i vibracija, uzimajući u obzir invertorsko napajanje promjenljive učestanosti.

U referenci [13] se, koristeći sličnu analizu koju je koristio Kron, definiše funkcija reluktanse po obodu mašine i koristi razvoj u Furijeov red u cilju određivanja harmonika koji imaju vremensku i prostornu zavisnost. Broj harmonika koji se dobija na ovaj način je neograničen, ali je, kako je to navedeno, dovoljno posmatrati samo one nižeg reda jer je amplituda harmonika obrnuto proporcionalna redu harmonika. Kao zaključak provedene analize dobijeni su izrazi za

vremensku i prostornu učestanost harmonika u zavisnosti od više veličina kao što su: f - frekvencija napajanja, s - klizanje, p - broj pari polova i broj žljebova na statoru i rotoru. Navodi se da i Q_s i Q_r imaju uticaj na prostornu učestanost, dok vremenska učestanost zavisi samo od Q_r . To znači da izbor broja rotorskih žljebova ima veći uticaj od broja statorskih žljebova što je i povoljno sa ekonomskog aspekta jer je puno lakše mijenjati broj rotorskih žljebova na kaveznom rotoru. U cilju određivanja nepoželjnih harmonika sa aspekta buke potrebno je pronaći i prirodnu zvučnu frekvenciju statora f_n i postaviti uslov da je frekvencija harmonika različita od vrijednosti f_n da bi se izbjegla pojava rezonanse, a samim tim i pojava buke. Rezultat ove analize je sljedeće pravilo kojeg se treba pridržavati u cilju izbegavanja rezonanse $f_{\max}(kQ_r(1-s)/p+2\gamma) < f_n$, gdje je $f_{\max}$ maksimalna frekvencija napajanja, $\gamma \in [-1,0,1]$. Kao nedostatak ovog pravila navodi se da ovo pravilo može dovesti do izbora kombinacije kod koje postoji veliki broj malih rezonansi, a isključiti kombinaciju koja bi imala možda samo jednu ali veću rezonansu. Iz prethodno navedenog, može se zaključiti da sa aspekta dizajna mašine prethodno pravilo ima veliki nedostatak i da se kako i sami autori navode moraju koristiti i razvijati modeli koji bi mogli lako i brzo uzeti u obzir veliki broj harmonika i različitih kombinacija broja žljebova.

U cilju analize uticaja broja rotorskih žljebova mogu se koristiti i softveri bazirani na principu metode konačnih elemenata (FE model) koji daju vrlo precizne rezultate [7-16]. Nedostatak ovih softvera je zahtjevna priprema modela, koji je različit za svaku novu kombinaciju žljebova i dug vremenski period trajanja simulacije.

U ovom poglavlju je prikazan veliki broj pravila koja se odnose na pravilan izbor kombinacije broja statorskih i rotorskih žljebova. Ta pravila su dobijena analitičkim putem, analizom vremenskih i prostornih harmonika, ili iskustveno kroz eksperimente i mjerenja. Ono što se može uočiti je da ne postoje pravila koja mogu dati najbolju kombinaciju žljebova po svim

kriterijumima, odnosno da se pravila za izbor broja rotorskih žljebova mogu klasifikovati kao dobra ili loša samo u odnosu na neki kriterijum. Takođe, u većini pravila koja su dobijena iskustveno, a i u onima koja su dobijena analitički postoji određena doza nesigurnosti. Vrlo precizno rješenje izbora broja rotorskih žljebova može se postići korišćenjem softvera na bazi metode konačnih elemenata ali je analiza na ovaj način vremeski zahtjevna. U cilju rješavanja prethodno navedenih problema potrebno je razvijati nove metode i modele koji bi mogli lako i brzo uzeti u obzir veliki broj različitih kombinacija broja žljebova i koji ne bi bili vremenski zahtjevni.

3. DINAMIČKI MODEL ASINRONE MAŠINE U PRIRODNOM SISTEMU KOORDINATA

Model električne mašine predstavlja skup matematičkih jednačina kojim se opisuju procesi i pojave koje se dešavaju u mašini prilikom konverzije električne u mehaničku energiju (motorni režim rada) i obratno (generatorski režim rada). U ovom radu je od interesa motorni režim rada. U slučaju motornog režima rada matematički model daje vezu između električnih veličina koje se dovode na ulaz mašine, kao što su napon i struja, i mehaničkih veličina, kao što su momenat i brzina obrtanja, koje se imaju na izlazu. Veza između ulaznih i izlaznih veličina je u slučaju električnih mašina data diferencijalnim jednačinama i algebarskim izrazima (dinamički modeli) ili samo algebarskim izrazima (model za stacionarna stanja). Modeli električnih mašina, kao i matematički modeli uopšteno, mogu biti jednostavniji ili komplikovaniji (koristiti jednostavniji ili složeniji matematički aparat, veći ili manji broj matematičkih izraza itd.) u zavisnosti od primjene i od toga koje je procese za datu primjenu potrebno uzeti u obzir i sa kolikom preciznošću. Konkretno, na primjeru asinhrone mašine, ukoliko se želi posmatrati rad u stacionarnom stanju, može se koristiti relativno jednostavan IEEE model (zamjenska šema)

koji se sastoji od niza algebarskih izraza. Ukoliko se pored stacionarnih radnih stanja žele posmatrati prelazni radni režimi onda će se koristiti neki od dinamičkih modela koji se sastoji od niza diferencijalnih i algebarskih jednačina. U zavisnosti od primjene, odnosno od informacija i preciznosti koje je potrebno dobiti iz modela, mogu se u model uvesti određena zanemarenja koja model čine jednostavnijim ali i dalje dovoljno preciznim i upotrebljivim za određenu primjenu. Dobar model je onaj koji na najjednostavniji način daje informacije koje su potrebne korisniku da dođe do željenih zaključaka. Ako je, na primjer, informacija koja se želi dobiti iz modela vrijednost struje na priključcima mašine u stacionarnom stanju pri nominalnom opterećenju motora, koja se može iskoristiti za određivanje poprečnog presjeka napojnog kabela, onda je dovoljno koristiti IEEE model, a ako je recimo potrebna informacija o vrijednosti struje prilikom upuštanja motora u rad, koja je nekoliko puta veća od nominalne struje i koja je potrebna za projektovanje zaštite, onda je potrebno koristiti složeniji dinamički model ili dodatne izraze koji bi uzeli ovaj proces u obzir.

U nastavku će biti dat dinamički model asinhronog motora u prirodnom sistemu koordinata i način izračunavanja induktivnosti namotaja primjenom koncepta funkcije namotaja.

3.1. Dinamički model rotacionog elektromehaničkog pretvarača

U cilju boljeg razumijevanja dinamičkog modela asinhronne mašine ovdje će u kratkim crtama biti predstavljeno izvođenje opšteg modela rotacionog elektromehaničkog pretvarača. Iz opšteg modela rotacionog elektromehaničkog pretvarača se uzimanjem u obzir principa rada i specifičnih karakteristika asinhronne mašine može doći do njenog dinamičkog modela u prirodnom sistemu koordinata.

Prilikom izvođenja Dinamičkog modela rotacionog elektromehaničkog pretvarača napravljena su sljedeća zanemarenja, [28]:

1. zanemarenje efekta raspodijeljenih parametara,
2. zanemarenje parazitnih kapacitivnosti,
3. zanemarenje gubitaka u gvožđu,
4. zanemarenje nelinearnosti feromagnetskih materijala.

Nakon usvajanja ovih zanemarenja mogu se definisati i izvesti jednačine modela. Prvi set jednačina dobija se iz uslova ravnoteže napona u namotaju. Broj ovih jednačina jednak je broju namotaja mašine. Jednačina naponske ravnoteže k -tog od N namotaja je:

$$u_k = R_k i_k + \frac{d\psi_k}{dt} \quad (3.1)$$

Gdje je u_k napon, i_k struja, R_k otpornost, ψ_k fluks k -tog namotaja.

Fluks k -tog namotaja ψ_k postoji usljed struje samog namotaja (struja i_k) kao i usljed postojanja struja u drugim namotajima sa kojima je u magnetskoj sprezi. Vrijednost fluksa u namotaju se određuje iz poznatih sopstvenih i međusobnih induktivnosti i struja u namotajima:

$$\psi_k = L_{1k} i_1 + L_{2k} i_2 + \dots + L_{kk} i_k + \dots + L_{Nk} i_N \quad (3.2)$$

L_{kk} je sopstvena induktivnost namotaja dok su induktivnosti $L_{1k}, L_{2k}, \dots, L_{Nk}$ međusobne induktivnosti namotaja. Kako je broj jednačina naponske ravnoteže jednak broju namotaja ove jednačine se uobičajeno pišu u matričnom obliku u cilju lakšeg zapisivanja i bolje preglednosti. U cilju matričnog zapisivanja potrebno je definisati vektore napona, struja i flukseva kao i matrice otpornosti i induktivnosti.

Vektori struje, napona i fluksa respektivno,

$$\underline{i}^T = [i_1, i_2, \dots, i_N] \quad (3.3)$$

$$\underline{u}^T = [u_1, u_2, \dots, u_N] \quad (3.4)$$

$$\underline{\psi}^T = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N] \quad (3.5)$$

matrica otpornosti,

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & R_N \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

matrica induktivnosti,

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1N} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{N1} & L_{N2} & \dots & L_{NN} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Kada je definisana matrica induktivnosti i vektor struja vektor fluksa je dat sljedećim izrazom:

$$\underline{\psi} = \underline{L} \underline{i} \quad (3.8)$$

Jednačine ravnoteže napona namotaja se sada mogu zapisati koristeći prethodno definisane vektore i matrice.

$$\underline{u} = \underline{R} \underline{i} + \frac{d\underline{\psi}}{dt} \quad (3.9)$$

Set jednačina naponske ravnoteže namotaja definiše dinamiku električnog podsistema elektromehaničkog pretvarača.

Potrebno je dati kraći osvrt na matricu induktivnosti i njene elemente. Matrica induktivnosti se sastoji od sopstvenih i međusobnih induktivnosti namotaja. Sopstvene induktivnosti namotaja nalaze se na glavnoj dijagonali, dok su međusobne induktivnosti postavljene van

glavne dijagonale i za njih uz prethodno usvojena zanemarenja, [28], važi da je $L_{ij} = L_{ji}$ što znači da je matrica induktivnosti simetrična matrica odnosno važi da je $\underline{L} = \underline{L}^T$.

Induktivnosti u matrici su u opštem slučaju promenljive. Međusobne induktivnosti se mijenjaju usljed promjene položaja rotora u odnosu na stator i u zavisnosti od položaja one mogu biti pozitivne i negativne. Sopstvene induktivnosti su uvijek pozitivne i mogu se mijenjati u slučaju promjenljive magnetske otpornosti do koje dolazi ukoliko je rotor oblika koji nije cilindričan. Kod asinhronih mašina sa ovog aspekta rotor se može smatrati idealnim cilindrom.

Pored jednačina električnog podsistema pretvarača potrebno je definisati jednačine kojima će biti modelovan mehanički podsistem pretvarača. Mehanički podsistem pretvarača je modelovana jednačinom koja daje vezu između elektromagnetskog M_{em} momenta i izlaznog mehaničkog momenta M_m na vratilu mašine. Da bi se došlo do izraza za elektromagnetski momenat koji se koristi u jednačini mehaničkog podsistema potrebno je poći od izraza za energiju i snagu pretvarača. Energija dva magnetski spregnuta namotaja je data izrazom $1/2 L_1 i_1^2 + 1/2 L_2 i_2^2 + L_{12} i_1 i_2$ za sistem od N spregnutih namotaja važi sljedeća jednačina:

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N L_{ij} i_i i_j \quad (3.10)$$

Gdje je W_m magnetska energija. Prethodni izraz se može zapisati u matricnom obliku koristeći prethodno definisani vektor struja i matricu induktivnosti:

$$W_m = \frac{1}{2} \underline{i}^T \underline{L} \underline{i} \quad (3.11)$$

Izraz za električnu snagu (snagu izvora) dobija se sabiranjem proizvoda napona i struja svih namotaja pojedinačno,

$$p_e = \sum_{i=0}^N u_i i_i \quad (3.12)$$

Ili matrično:

$$p_e = \underline{u} \underline{i}^T = \underline{u}^T \underline{i} \quad (3.13)$$

Kada se u prethodnu jednačinu uvrste jednačine naponske ravnoteže i jednačine fluksa dobija se sljedeći izraz:

$$p_e = \underline{i}^T \left(\underline{R} \underline{i} + \frac{d(\underline{L} \underline{i})}{dt} \right) = \underline{i}^T \underline{R} \underline{i} + \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{dt} \underline{i} + \underline{i}^T \underline{L} \frac{d\underline{i}}{dt} \quad (3.14)$$

Električna (ulazna snaga) se, kada se zanemare gubici u gvožđu, troši na snagu džulovih gubitaka, snagu potrebnu za uspostavljanje magnetskog polja i ostatak se predstavlja snagom obrtnog polja.

Prvi član prethodnog izraza predstavlja snagu džulovih gubitaka u namotajima (gubici u bakru).

$$p_{cu} = \sum_{i=0}^N R_i i_i^2 = \underline{i}^T \underline{R} \underline{i} \quad (3.15)$$

Snaga koja je potrebna za uspostavljanje magnetskog polja dobija se iz izraza za energiju magnetskog polja:

$$p_{wm} = \frac{dW_m}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \underline{i}^T \underline{L} \underline{i} \right) \quad (3.16)$$

Prethodni izraz se nakon određenog sređivanja korišćenjem matričnih operacija i uzimajući u obzir svojstva matrice induktivnosti svodi na sljedeći izraz:

$$p_{wm} = \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{dt} \underline{i} + \underline{i}^T \underline{L} \frac{d\underline{i}}{dt} \quad (3.17)$$

Sada kada su poznati izrazi za snagu džulovih gubitaka u namotajima i snagu potrebnu za uspostavljanje magnetskog polja može se doći do izraza za snagu obrtnog polja,

$$p_{ob} = p_e - p_{cu} - p_{wm} \quad (3.18)$$

kada se u prethodnu jednačinu uvrste dobijeni izrazi za snage dolazi se do sljedećeg izraza za snagu obrtnog polja:

$$p_{ob} = \left(\underline{i}^T \underline{R} \underline{i} + \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{dt} \underline{i} + \underline{i}^T \underline{L} \frac{d\underline{i}}{dt} \right) - \underline{i}^T \underline{R} \underline{i} - \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{dt} \underline{i} + \underline{i}^T \underline{L} \frac{d\underline{i}}{dt} = \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{dt} \underline{i} \quad (3.19)$$

Iz prethodnog izraza se može uočiti da je uslov za postojanje elektromehaničke konverzije da makar jedna od induktivnosti u matrici induktivnosti bude promjenljiva u vremenu. Do promjene induktivnosti dolazi usljed kretanja rotora u odnosu na stator. Pomjeraj rotora u odnosu na stator θ zavisi od brzine rotacije rotora i važi da je $\omega_r = d\theta / dt$. Prethodni izraz se može uvrstiti u jednačinu za snagu obrtnog polja,

$$p_{ob} = \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{dt} \underline{i} = \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{d\theta} \underline{i} \frac{d\theta}{dt} = \frac{\omega_r}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{d\theta} \underline{i} \quad (3.20)$$

sada se može uočiti da je uslov elektromehaničke konverzije da jedna ili više induktivnosti budu funkcija pomjeraja rotora. Imajući u obzir to da je mehanička snaga rotacionog kretanja jednaka proizvodu brzine obrtanja i momenta može se doći i do izraza za elektromagnetski momenat:

$$p_{ob} = M_{em} \omega_r = \left(\frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{d\theta} \underline{i} \right) \omega_r \quad (3.21)$$

$$M_{em} = \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{d\theta} \underline{i} \quad (3.22)$$

Kada je poznat izraz za elektromagnetski momenat i snagu koja se predaje rotoru može se početi sa definisanjem jednačine kojom se opisuje mehanički podsistem. U mehaničkom podsistemu jedan dio snage koji je predat rotoru, troši se na gubitke usljed trenja i ventilacije p_{gm} , jedan dio prelazi u akumulisanu kinetičku energiju obrtnih djelova mašine, dok ostatak predstavlja mehaničku snagu na izlazu mašine p_m . Sada je potrebno definisati izraze za snage gubitaka usljed trenja i ventilacije i snagu koja se troši na kinetičku energiju obrtnih djelova mašine. Za gubitke usljed trenja i ventilacije uzima se da su oni proporcionalni kvadratu brzine obrtanja:

$$p_{gm} = k_f \omega_r^2 \quad (3.23)$$

Kinetička energija obrtnih djelova zavisi od momenta inercije rotora J . Rotor se, u slučaju asinhronog motora, može posmatrati kao homogeni cilindar poluprečnika R i mase m pa je momenat inercije dat izrazom $J = mR^2 / 2$, dok je kinetička energija data izrazom $W_{kin} = J\omega_r^2 / 2$. Iz poznatog izraza za energiju može se doći do izraza za snagu koja je potrebna da dođe do promjene kinetičke energije:

$$p_k = \frac{dW_{kin}}{dt} = J\omega_r \frac{d\omega_r}{dt} \quad (3.24)$$

Jednačina bilansa snaga sada je:

$$p_m = p_{ob} - p_{gm} - p_k = M_{em} \omega_r - k_f \omega_r^2 - J\omega_r \frac{d\omega_r}{dt} \quad (3.25)$$

Dijeljenjem prethodnog izraza sa brzinom obrtanja dobija se Njutnova jednačina za obrtno kretanje,

$$M_m = M_{em} - k_f \omega_r - J \frac{d\omega_r}{dt} \quad (3.26)$$

gdje je M_m mehanički momenat koji se ima na osovini mašine. Ova jednačina predstavlja model mehaničkog podsistema mašine.

Konačno opšti model elektromehaničkog rotacionog pretvarača se sastoji od sljedećih jednačina:

Jednačine ravnoteže napona,

$$\underline{u} = R\underline{i} + \frac{d\underline{\psi}}{dt} \quad (3.27)$$

jednačine koje daju vezu između flukseva i struja,

$$\underline{\psi} = \underline{L}(\theta)\underline{i} \quad (3.28)$$

izraza za elektromagnetski momenat,

$$M_{em} = \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{d\theta} \underline{i} \quad (3.29)$$

i diferencijalne Njutnove jednačine za obrtno kretanje.

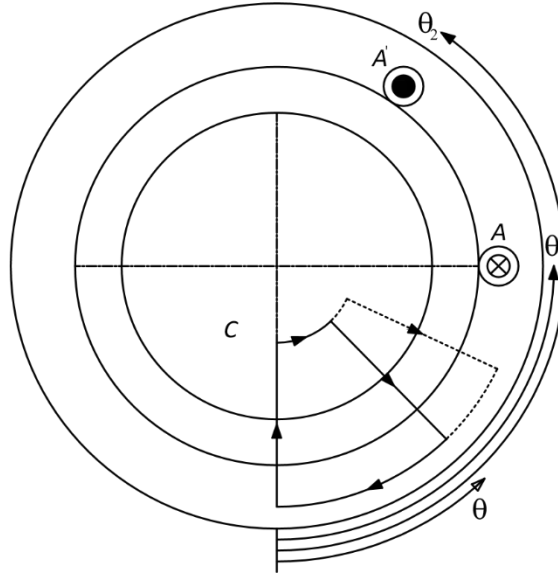
$$M_m = M_{em} - k_f \omega_r - J \frac{d\omega_r}{dt} \quad (3.30)$$

Ovaj model za sistem sa N namotaja ima $N+1$ jednačinu i isto toliko promjenljivih stanja.

3.2. Dinamički model baziran na teoriji funkcije namotaja

Dinamički model baziran na teoriji funkcije namotaja polazi od dinamičkog modela asinhronog motora u prirodnom sistemu koordinata i uzima u obzir sve harmonike mms statorskog i rotorskog namotaja istovremeno korišćenjem teorije funkcije namotaja. Dakle, ovaj model ne

pretpostavlja sinusnu raspodjelu namotaja kao neki prostiji dinamički modeli već uzima u obzir stvarni oblik talasa mms i može se primijeniti za proizvoljan slučaj raspodjele namotaja. Način na koji se to postiže u ovom modelu je korišćenjem teorije funkcije namotaja i funkcije navojka prilikom određivanja koeficijenata induktivnosti, [29].



Slika 3.1. Definisanje funkcije navojka

Izrazi za funkciju navojka $n(\theta)$ i funkciju namotaja $N(\theta)$ za slučaj jedne navojne grupe sa N navojaka sa proizvoljnim navojnim korakom $\alpha = \theta_2 - \theta_1$ i za usvojeni referentni sistem kao na slici 3.3. su sljedeći, [29]:

$$n(\theta) = \begin{cases} N & \theta_1 < \theta < \theta_2 \\ 0 & \text{za ostalo } \theta \end{cases} \quad (3.31)$$

$$N(\theta) = \begin{cases} N(1 - \alpha / 2\pi) & \theta_1 < \theta < \theta_2 \\ -N(\alpha / 2\pi) & \text{za ostalo } \theta \end{cases} \quad (3.32)$$

Prethodni izrazi su izvedeni iz Amperovog zakona smatrajući da postoji samo radijalna komponenta magnetskog polja, a da se tangencijalna i aksijalna komponenta mogu zanemariti. Funkcija namotaja je definisana uz pomoć funkcije navojka i važi da je,

$$N(\theta) = n(\theta) - \langle n(\theta) \rangle \quad (3.33)$$

gdje je $\langle n(\theta) \rangle$ srednja vrijednost funkcije navojka.

Izraz za mms prethodno definisane navojne grupe koristeći definiciju funkcije namotaja je:

$$F(\theta) = N(\theta)i \quad (3.34)$$

Ono što se može uočiti je da funkcija namotaja predstavlja mms pri jediničnoj vrijednosti struje.

Jedan slučaj koji se vrlo često primjenjuje jeste prečnička navojna grupa za koju važi da je navojni korak $\alpha = \pi / p$, tada su funkcije navojka i namotaja date sljedećim izrazima:

$$n(\theta) = \begin{cases} N & 0 < \theta < \pi / p \\ 0 & \text{za ostalo } \theta \end{cases} \quad (3.35)$$

$$N(\theta) = \begin{cases} N/2 & 0 < \theta < \pi / p \\ -N/2 & \text{za ostalo } \theta \end{cases} \quad (3.36)$$

Fazni namotaj u mašini se sastoji od više navojnih grupa smještenih u žljebovima na statoru mašine. Da bi se dobile funkcije navojka i namotaja faznog namotaja potrebno je odrediti funkcije navojka i namotaja navojnih grupa koje čine taj namotaj i napraviti njihovu sumu. Jedan od primjera faznog namotaja je distribuirani fazni namotaj sa punim navojnim korakom, u trofaznoj mašini ovakav fazni namotaj zauzima jednu trećinu statorskih žjebova. Namotaj se izvodi kao distribuirani u cilju boljeg iskorištavanja mašine i dobijanja raspodjele namotaja koja je približnija sinusnoj. Oblik talasa resultantne mms za jediničnu vrijednost struje za tri fazna namotaja dobija se sumiranjem funkcija namotaja sva tri fazna namotaja. Još jedna izvedba

trofaznog namotaja koja se često koristi je dvoslojni namotaj sa skraćenim navojnim korakom. Skraćenje navojnog koraka izvodi se tako da se ponište neki uticajni viši prostorni harmonici u resultantnom talasu mms. Za sve prethodno navedene izvedbe namotaja resultantne mms se prilično jednostavno mogu dobiti korišćenjem definicije funkcije namotaja što je velika prednost ovakvog postupka.

Još jedna velika prednost funkcije namotaja je u tome da se ona vrlo jednostavno može definisati i za kavezni rotor i to bez potrebe prethodnog svođenja kaveznog rotora na ekvivalentni namotani trofazni rotor. Naime, ako se dva susjedna štapa kaveznog rotora zajedno sa dva dijela prstena koji ih spajaju, posmataraju kao zatvorena petlja onda se ta petlja može predstaviti kao navojna grupa sa jedinim navojkom i sa navojnim korakom $\alpha = 2\pi / Q_r$, gdje je Q_r broj rotorskih štapova. Tada se funkcija namotaja jedne navojne grupe kaveznog rotora, definisane na prethodni način, može zapisati na sljedeći način:

$$N_{1petlje}(\theta_r) = \begin{cases} 1-1/Q_r & -\pi/Q_r < \theta_r < \pi/Q_r \\ -1/Q_r & \text{za ostalo } \theta_r \end{cases} \quad (3.37)$$

Prethodno definisane funkcije namotaja statorskih namotaja i rotorskih petlji se koriste za određivanje koeficijenata sopstvenih i međusobnih induktivnosti. Kao što je već navedeno, dinamički model baziran na teoriji funkcije namotaja polazi od dinamičkog modela asinhronog motora u prirodnom sistemu koordinata sa tom razlikom da se sada koeficijenti induktivnosti određuju korišćenjem prethodno definisanih funkcija namotaja. Što se tiče jednačina naponske ravnoteže namotaja statora one zadržavaju isti oblik i isti broj uz korišćenje induktivnosti definisanih uz pomoć funkcija namotaja. Kada je u pitanju rotor svaka petlja se posmatra kao poseban namotaj pa je broj jednačina naponske ravnoteže jednak broju štapova. Jednačina za elektromagnetski momenat i jednačina mehaničkog podsistema mašine ostaje u neizmijenjenom obliku.

Izraz za određivanje međusobne induktivnosti u opštem slučaju, za dva proizvoljna namotaja čije su funkcije namotaja $N_i(\theta)$ i $N_j(\theta)$ je sljedeći, [29],

$$L_{ij} = \frac{\mu_0 r l}{g_0} \int_0^{2\pi} N_i(\theta) N_j(\theta) d\theta \quad (3.38)$$

gdje je μ_0 magnetska permeabilnost vakuma, r poluprečnik rotora, l aksijalna dužina mašine i g_0 efektivna širina vazdušnog procjepa.

Izraz za sopstvenu induktivnost je sljedeći, [29],

$$L_{ii} = \frac{\mu_0 r l}{g_0} \int_0^{2\pi} N_i^2(\theta) d\theta \quad (3.39)$$

prethodni izrazi se u prostijim slučajevima mogu riješiti analitički dok se u komplikovanijim slučajevima oni rješavaju primjenom numeričkih metoda integracije.

Sopstvene i međusobne induktivnosti namotaja na statoru se uz poznatu šemu namotavanja namotaja i uz poznate geometrijske podatke mašine mogu prilično jednostavno dobiti korišćenjem prethodnih izraza i metoda numeričke integracije. Poznata šema namotavanja namotaja i poznat broj navojaka svake navojne grupe faznog namotaja znače da su poznate funkcije navojka i namotaja tog faznog namotaja. Ono što je bitno napomenuti jeste da kod sopstvene induktivnosti namotaja statora postoji komponenta induktivnosti koja je posljedica rasipnog fluksa. Nju je potrebno uzeti u obzir na uobičajeni način, [6].

Rotorske sopstvene i međusobne induktivnosti se određuju korišćenjem istog postupka kao i kod statorskih namotaja. Kao što je već navedeno, funkcija namotaja rotorske petlje je data izrazom (3.37). Korišćenjem ovog izraza i izraza (3.39) sopstvena induktivnost rotorske petlje može biti određena analitički:

$$L_{sopstveno_petlje} = \frac{\mu_0 r l}{g_0} \frac{2\pi}{Q_r^2} (Q_r - 1) \quad (3.40)$$

Na sličan način se dobija i izraz za međusobnu induktivnost između bilo koje dvije rotorske petlje:

$$L_{međusobno_petlje} = -\frac{\mu_0 r l}{g_0} \frac{2\pi}{Q_r^2} \quad (3.41)$$

Matrica sopstvenih i međusobnih induktivnosti rotorskog namotaja je kvadratna matrica dimenzije $Q_r \times Q_r$,

$$\underline{L}_{rr} = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & L_3 & L_3 & \cdot & \cdot & L_2 \\ L_2 & L_1 & L_2 & L_3 & \cdot & \cdot & L_3 \\ L_3 & L_2 & L_1 & L_2 & \cdot & \cdot & L_3 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ L_3 & L_3 & L_3 & L_3 & \cdot & \cdot & L_2 \\ L_2 & L_3 & L_3 & L_3 & \cdot & \cdot & L_1 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

gdje uzimajući u obzir rasipnu induktivnost štapa L_b i segmenta prstena L_{ers} , za induktivnosti u matrici važi:

$$L_1 = L_{sopstveno_petlje} + 2(L_b + L_{ers}) \quad (3.43)$$

$$L_2 = L_{meusobno_petlje} - L_b \quad (3.44)$$

$$L_3 = L_{međusobno_petlje} \quad (3.45)$$

Međusobne induktivnosti između namotaja na statoru i rotorskih petlji su usljed rotacije rotora prostorno (vremenski) zavisne. Prilikom određivanja ovih induktivnosti pozicija rotora mora biti uzeta u obzir. Uzimajući prethodno navedeno u obzir dolazi se do zaključka da se

određivanje pomenutih međusobnih induktivnosti mora raditi za svaki novi položaj rotora, što znači proračun izraza (3.38) za svaki položaj rotora.

Matrica statoskih otpornosti zadržava svoj oblik: ona je dijagonalna matrica gdje se po glavnoj dijagonali nalaze otpornosti faznih namotaja statora.

Matrica otpornosti rotorskih namotaja je simetrična i desno ciklična matrica dimenzija $Q_r \times Q_r$.

Do nje se dolazi posmatrajući razvijenu šemu rotorskog namotaja,

$$\underline{R}_r = \begin{bmatrix} R_1 & R_2 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & R_2 \\ R_2 & R_1 & R_2 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & R_2 & R_1 & R_2 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & R_1 \\ R_2 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & R_1 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

gdje ako se otpornost štapa označi sa R_b , a otpornost segmenta prstena sa R_{ers} važi sljedeće:

$$R_1 = 2(R_b + R_{ers}) \quad (3.47)$$

$$R_1 = -R_b \quad (3.48)$$

Sada kada su definisane sve matrice ima se kompletan dinamički model asinhronog motora baziran na teoriji funkcije namotaja.

3.3. Parametrizovani dinamički model baziran na teoriji funkcije namotaja (PWF model)

PWF model je dinamički model baziran na teoriji funkcije namotaja koji omogućava parametrizovanu promjenu broja štapova na rotoru. Dakle, ovaj model koristi broj štapova na rotoru kao ulazni parametar.

Početni korak koji je potrebno napraviti u cilju primjene PWF modela jeste inicijalni dizajn asinhronog motora sa definisanim brojem žljebova na statoru i jednim, proizvoljno odabranim brojem štapova rotora. Ovaj korak je baziran na tehnici koja je poznata kao *The output coefficient design concept* [6]. Geometrijski i električni parametri motora dobijeni u ovom koraku su ulazni podaci u PWF model. Nakon ovog koraka na osnovu proizvoljno unijetog broja štapova model određuje nove parametre koji se koriste u daljim proračunima. Prilikom određivanja parametara za novi broj štapova deklarirana snaga motora, broj žljebova statora i šema namotavanja statorskog namotaja ostaju isti.

Između ostalih parametara do kojih se dolazi prilikom inicijalnog dizajna mašine su i površina poprečnog presjeka štapa rotora A_b i površina poprečnog presjeka prstena rotora A_{ers} . Takođe, tada vrši se izbor oblika poprečnog presjeka štapa rotora i njegovih dimenzija. Ovi parametri koriste se prilikom određivanja podataka koji se nalaze u matrici rotorskih otpornosti, izraz (3.46), i parametara koji se nalaze u matrici rotorskih induktivnosti, izraz (3.42). Podaci u matrici rotorskih otpornosti se dobijaju jednostavno iz poznatih geometrijskih podataka i poznate specifične otpornosti aluminijuma. $L_{sopstveno_petlje}$ i $L_{međusobno_petlje}$ se takođe jednostavno određuju i ne zavise od oblika i dimenzija poprečnog presjeka štapa, izrazi (3.40) i (3.41). Rasipne induktivnosti L_b i L_{ers} zavise od oblika i dimenzija štapa i određuju se na način dat u referenci [6].

Prilikom promjene broja štapova, pri čemu se sa strane statora ništa ne mijenja, mora se mijenjati površina poprečnog presjeka štapa i prstena a u cilju očuvanja nominalne snage motora. Kako bi motor razvijao istu snagu sljedeća jednakost mora biti zadovoljena, [17]:

$$Q_r R_b I_b^2 = Q_{r_novo} R_{b_novo} I_{b_novo}^2 \quad (3.49)$$

Iz čega slijedi,

$$R_{b_novo} = \frac{Q_{r_novo}}{Q_r} R_b \quad (3.50)$$

$$A_{b_novo} = \frac{Q_{r_novo}}{Q_r} A_b \quad (3.51)$$

$$R_{ers_novo} = \frac{R_{ers}}{\alpha} \quad (3.52)$$

gdje je:

$$\alpha = \frac{Q_{r_novo} A_{ers_novo}}{Q_r A_{ers}} \quad (3.53)$$

Na ovaj način se za svaki novi broj štapova određuju nove površine poprečnih presjeka štapa i prstena. Na osnovu novih površina poprečnih presjeka štapa i prstena mogu se odrediti i njihove nove dimenzije. Dimenzije poprečnih presjeka štapa i prstena koriste se za određivanje novih rasipnih induktivnosti L_b i L_{ers} .

Treba napomenuti da se oblici poprečnog presjeka štapa i prstena ne mijenjaju. Mijenjaju se samo njihove dimenzije u skladu sa promjenom površine njihovih poprečnih presjeka.

PWF model omogućava elegantno i efikasno rješenje problema optimalnog izbora broja štapova čije je rješavanje cilj ovog magistarskog rada. Radi se o veoma moćnom modelu koji na prethodno navedeni način omogućava kontinualnu promjenu broja štapova na rotoru i usput, omogućava elegantan i vremenski efikasan način uzimanja u obzir iskošenja štapova rotora za sasvim proizvoljan ugao. Više o iskošenju i njegovoj implementaciji u nastavku.

Drugim riječima, broj štapova rotora i ugao iskošenja su slobodni parametri ovog modela pri čemu snaga motora ostaje invarijantna.

4. ISKOŠENJE ŠTAPOVA ROTORA

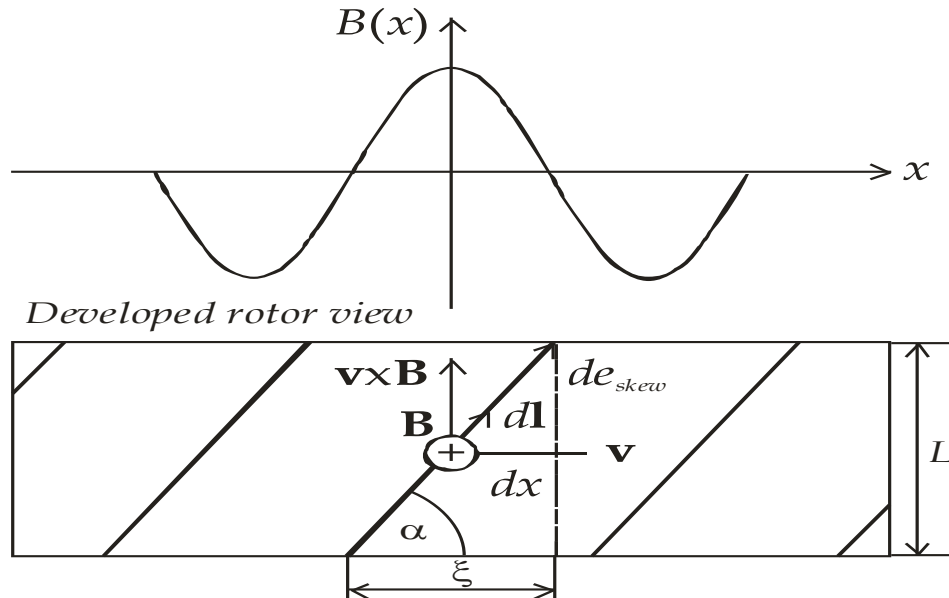
4.1. Uopšteno o iskošenju štapova rotora

Iskošenje rotorskih štapova je dobro poznat metod eliminacije viših vremenskih harmonika u strujama namotaja rotora koji su posljedica viših prostornih harmonika u talasu rotirajućeg magnetskog polja. Najuticajniji viši prostorni harmonici su peti i sedmi koji su posljedica trapezoidnog oblika talasa magnetskog polja. Nakon njih najveći uticaj imaju statorski žljebni harmonici, [29]. Peti i sedmi harmonik se prigušuju korišćenjem dvoslojnog namotaja sa skraćenim navojnim korakom. Međutim, skraćenje navojnog koraka nema uticaja na statorske žljebne harmonike. Red statorskih žljebnih harmonika dat je sljedećim izrazom $Q_s / p \pm 1$ gdje je Q_s broj žljebova statora. Statorski žljebni harmonici indukuju više vremenske harmonike u strujama rotorskih štapova što za posledicu ima povećane pulsacije elektromagnetskog momenta mašine. Pulsacije elektromagnetskog momenta dovode do povećanih vibracija, buke, povećanja gubitaka i smanjenja efikasnosti asinhronog motora. U cilju eliminacije ovih viših harmonika u strujama rotora koristi se iskošenje rotorskih štapova.

Kao kvantitativna mjera iskošenja rotorskih štapova koristi se integralni faktor iskošenja koji predstavlja odnos indukovane elektromotorne sile u iskošenim rotorskim štapovima i elektromotorne sile (ems) u neiskošenim rotorskim štapovima.

Do izraza za integralni faktor iskošenja može se doći na više načina. Jedan od njih je predstavljen u referenci [30]. Ovaj način izvođenja izraza za integralni faktor iskošenja bazira se na fizičkoj predstavi procesa koji se dešavaju u iskošenim rotorskim štapovima i zakonu dinamičke elektromagnetske indukcije.

Na slici 4.1. prikazan je zamrznuti trenutak u vremenu kada se štap rotora nalazi ispod maksimalne vrijednosti talasa magnetske indukcije sa strane statora. Bez gubljenja opštosti, pretpostavlja se da talas magnetske indukcije miruje dok se rotor kreće konstantnom tangencijalnom brzinom v .



Slika 4.1. Indukovana elektromotorna sila u iskošenom štapu rotora

Uzimajući u obzir najopštiji slučaj, talas magnetske indukcije je prikazan v -tim harmonikom u $2p$ polnoj mašini:

$$B(\theta) = B_m \cos(v\pi\theta) \quad (4.1)$$

Iz proporcije,

$$x : 2\pi\theta = \theta : 2\pi \quad (4.2)$$

gdje je x linearno rastojanje duž oboda mašine, τ polni korak, talas magnetske indukcije može se prikazati kao funkcija od x :

$$B(x) = B_m \cos\left(\frac{v\pi}{\tau}x\right) \quad (4.3)$$

Indukovana ems na diferencijalno maloj dužini dl iskošenog štapa prateći oznake sa slike 4.1. je:

$$de_{skew} = d\vec{l} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (4.4)$$

$$de_{skew} = vB_m \sin\alpha \cos\left(\frac{v\pi}{\tau}x\right) dl \quad (4.5)$$

Posljednji izraz je ekvivalentan sljedećem:

$$de_{skew} = vB_m \tan\alpha \cos\left(\frac{v\pi}{\tau}x\right) dx \quad (4.6)$$

Integracijom prethodnog izraza u granicama $x = -\xi/2$ i $x = \xi/2$, sve elementarne ems su uzete u obzir:

$$e_{skew} = vB_m \tan\alpha \int_{-\xi/2}^{\xi/2} \cos\left(\frac{v\pi}{\tau}x\right) dx \quad (4.7)$$

$$e_{skew} = \frac{vB_m \tan\alpha}{v\pi/2\tau} \sin\left(\frac{v\pi}{\tau} \frac{\xi}{2}\right) \quad (4.8)$$

Konačno, kako je $\tan\alpha = \ell / \xi$, gdje je ℓ aksijalna dužina mašine, dobija se:

$$e_{skew} = B_m \ell v \frac{\sin\left(\frac{v\pi\xi}{2\tau}\right)}{\frac{v\pi\xi}{2\tau}} \quad (4.9)$$

Kako je indukovana ems u neiskošenom štapu rotora u posmatranom trenutku $e = B_m \ell v$, odnos indukovane ems u iskošenom sa indukovanom ems u neiskošenom štapu definiše integralni faktor iskošenja, za v -ti harmonik:

$$k_{skew_v} = \frac{\sin\left(\frac{v\pi\xi}{2\tau}\right)}{\frac{v\pi\xi}{2\tau}} \quad (4.10)$$

U cilju eliminisanja statorskog žljebnog harmonika reda $v = Q_s / p - 1$, potrebno je da faktor iskošenja bude jednak nuli za taj harmonik, tj.

$$\left(\frac{Q_s}{p} - 1\right) \frac{\pi\xi}{2\tau} = n\pi \quad (4.11)$$

gdje je n cio broj. Iz ovog slijedi da rastojanje između početka i kraja rotorskog štapa posmatrano sa suprotnih strana rotora treba biti:

$$\xi = \frac{2n\tau}{\frac{Q_s}{p} - 1} = \frac{n\pi D}{Q_s - p} \quad (4.12)$$

Za $n=1$, što je najčešći slučaj u praksi,

$$\xi = \frac{\pi D}{Q_s - p} \quad (4.13)$$

Slično se dobija i za uslov eliminacije drugog statorskog žljebnog harmonika, reda $v = Q_s / p + 1$:

$$\xi = \frac{\pi D}{Q_s + p} \quad (4.14)$$

U cilju da oba žljebna harmonika u indukovanoj ems rotora budu maksimalno prigušena, pri čemu nijedan nije potpuno eliminisan, potrebno je odabrati srednju vrijednost prethodna dva izraza:

$$\xi = \frac{\pi D}{Q_s} = \tau_s \quad (4.15)$$

Prethodni izraz je jednak koraku ožljebljenja na statoru, τ_s , i ne zavisi od broja pari polova.

Prethodni izraz može biti dat u mehaničkim radijanima, pa je željeni ugao iskošenja:

$$\gamma = \frac{2\pi}{Q_s} \quad (4.16)$$

Zamjenom izraza (4.15) u izraz za integralni faktor iskošenja za v -ti harmonik (4.10) dobija se faktor iskošenja u slučaju kada ugao iskošenja odgovara koraku ožljebljenja statora:

$$k_{skew_v} = \frac{\sin\left(\frac{vp\pi}{Q_s}\right)}{\frac{vp\pi}{Q_s}} \quad (4.17)$$

Ako se posmatra prethodni izraz za osnovni harmonik može se uočiti da indukovana ems u rotorskim štapovima koja je posljedica osnovnog harmonika talasa magnetske indukcije ima neznatno manju vrijednost jer je faktor iskošenja nešto manji od jedan:

$$k_{skew_v} = \frac{\sin\left(\frac{p\pi}{Q_s}\right)}{\frac{p\pi}{Q_s}} < 1 \quad (4.18)$$

Smanjena vrijednost indukovane elektromotorne sile u štapovima rotora predstavlja jedan od negativnih uticaja iskošenja. Ali zato sada oba statorska žljebna harmonika imaju faktor iskošenja koji je blizak nuli što je i bio razlog njegovog uvođenja:

$$k_{skew_{v=\frac{Q_s}{p} \pm 1}} = \frac{\sin\left(\pi \pm \frac{p\pi}{Q_s}\right)}{\pi \pm \frac{p\pi}{Q_s}} = \frac{\mp \sin\left(\frac{p\pi}{Q_s}\right)}{\pi \pm \frac{p\pi}{Q_s}} \approx 0 \quad (4.19)$$

Za konkretan slučaj analizirane mašine, $Q_s = 36$, $p = 2$, brojne vrijednosti faktora iskošenja su: 0.9949 za osnovni harmonik, 0.0585 za donji i -0.0524 za gornji statorski žljebni harmonik. Iz datih brojnih vrijednosti se zaključuje da su satorovi žljebni harmonici na ovaj način skoro u potpunosti eliminisani u indukovanoj ems u štapu rotora.

4.2. Implementiranje iskošenja u PWF modelu

Iskošenje rotorskih štapova se može uzeti u obzir u dinamičkom modelu asinhronog motora baziranog na teoriji funkcije namotaja, što je još jedna od prednosti modela. Iskošenje rotorskih štapova ima uticaja samo na međusobne induktivnosti između statorskih namotaja i rotorskih petlji. Jednačina (3.38) koja važi u slučaju neiskošenih rotorskih namotaja može se zapisati na sljedeći način,

$$L_{ij}(\theta) = \ell L'_{ij}(\theta) \quad (4.20)$$

gdje je $L'_{ij}(\theta)$ međusobna induktivnost između statorskog namotaja i rotorske petlje po jedinici dužine u slučaju neiskošenih štapova. U slučaju kada su rotorski štapovi iskošeni, međusobna induktivnost između statorskog namotaja i i rotorske petlje j može se definisati po jedinici dužine na sljedeći način, [29],

$$L'_{ij-skewed}(\theta, \gamma) = L'_{ij}\left(\theta \pm \gamma \frac{\ell}{2}\right) \quad (4.21)$$

gdje γ predstavlja dužinu po osi rotora, $\gamma \in (-\ell/2, \ell/2)$, a γ je već pomenuti ugao iskošenja u mehaničkim radijanima. U izrazu (4.21) znak zavisi od toga da li je prilikom rasta γ koordinate iskošenje u pozitivnom ili negativnom smjeru rasta mehaničkog ugla θ . U prvom slučaju znak je pozitivan, a u drugom negativan. Iz jednačine (4.21) se može doći do sljedećeg zaključka: da je za svaku vrijednost γ međusobna induktivnost, između statorskog namotaja i rotorske petlje, po jedinici dužine u slučaju iskošenih štapova istog oblika ali je prostorno pomjerena.

Ukupna međusobna induktivnost u slučaju iskošenih štapova se dobija integracijom po γ :

$$L_{ij-skewed}(\theta) = \int_{-\ell/2}^{\ell/2} L'_{ij-skewed}(\theta, \gamma) d\gamma \quad (4.22)$$

Sada je ukupna međusobna induktivnost između statorskog namotaja i rotorske petlje funkcija samo jedne promenljive. Drugim riječima, dvodimenzionalni problem je sveden na jednu dimenziju. Međusobne induktivnosti određene na ovakav način se sada mogu koristiti u PWF modelu.

5. REZULTATI

5.1. Rezultati iz PWF modela

U prethodnom poglavlju je predstavljen dinamički model asinhronog motora. Navedeno je da ga čine nelinearne diferencijalne jednačine sa promenljivim koeficijentima za čije rešavanje je potrebno koristiti neku od numeričkih metoda. Oblik jednačina i parametri koji u njima figurišu su takođe objašnjeni. Konačno dat je i pregled dinamičkog modela baziranog na teoriji funkcije namotaja i svi izrazi potrebni za njegovu implementaciju u nekom od softverskih paketa. U nastavku biće prikazani rezultati koji se dobijaju uz pomoć prethodno pomenutog modela implementiranog u programskom paketu MATLAB®.

Motor koji će biti modelovan je asinhroni motor čiji su podaci dati Tabelom 5.1.

Tabela 5.1. Podaci modelovanog asinhronog motora $Q_s = 36$, $Q_r = 30$, $p = 2$

Opšti podaci	
Snaga motora: $P_n = 11 \text{ kW}$	Nominalni napon: $U_n = 400 \text{ V}$
Sprega namotaja: Y-zvijezda	Broj pari polova: $p = 2$

Nominalna učestanost: $f = 50 \text{ Hz}$	Ciljani stepen iskorištenja: $\eta_n = 0.908$
Ciljani faktor snage: $\cos \varphi_n = 0.83$	Moment inercije rotora: $J = 0.24 \text{ kgm}^2$
Geometrijski podaci	
Prečnik povrta statora: $D_{is} = 145.72 \text{ mm}$	Spoljašnji prečnik statora: $D_{out} = 250 \text{ mm}$
Aksijalna dužina mašine: $L = 171.68 \text{ mm}$	Širina vazdušnog procjepa: $g = 0.397 \text{ mm}$
Statorski podaci	
Broj žljebova statora: $Q_s = 36$	Korak ožljebljenja: $\tau_s = 12.72 \text{ mm}$
Navojni korak: $y = 7$ žljebova	Broj žljebova po polu i fazi: $q = 3$
Broj navojaka faznog namotaja: $W = 108$	Broj provodnika u žljebu: $n = 18$
Navojni sačinilac: $k_w = 0.92$	
Geometrijski podaci žljeba statora	
Širina zuba: $b_{ts} = 6.13 \text{ mm}$	Širina otvora žljeba statora: $b_{os} = 2.5 \text{ mm}$
Visina otvora žljeba: $h_{os} = 1 \text{ mm}$	Visina nagiba otvora žljeba: $h_w = 2 \text{ mm}$
Manja širina žljeba: $b_{s1} = 7.115 \text{ mm}$	Veća širina žljeba: $b_{s2} = 11.716 \text{ mm}$
Visina žljeba: $h_s = 26.294 \text{ mm}$	Visina jarma: $h_{cs} = 22.844 \text{ mm}$
Rotorski podaci	
Broj žljebova (štapova): $Q_r = 30$	Korak ožljebljenja: $\tau_r = 15.18 \text{ mm}$
Geometrijski podaci žljeba rotora	
Širina zuba rotora: $b_{tr} = 7.09 \text{ mm}$	Širina otvora žljeba: $b_{or} = 2 \text{ mm}$
Visina otvora žljeba: $h_{or} = 1 \text{ mm}$	Veći prečnik žljeba: $d_1 = 7.13 \text{ mm}$
Manji prečnik žljeba: $d_2 = 4.48 \text{ mm}$	Visina žljeba: $h_r = 12.62 \text{ mm}$
Visina jarma: $h_{cr} = 32.04 \text{ mm}$	Aksijalna dimenzija prstena: $a = 16.69 \text{ mm}$

Radijalna dimenzija prstena: $b = 19.42 \text{ mm}$	Prečnik osovine: $D_{shaft} = 42 \text{ mm}$
Parametri potrebni za PWF model	
Otpornost faznog namotaja statora: $R_s = 0.3 \Omega$	Rasipna induktivnost faznog namotaja statora: $L_{\sigma s} = 2.92 \text{ mH}$
Otpornost štapa na 80°C : $R_b = 64.49 \mu\Omega$	Otpornost segmenta prstena na 80°C : $R_{er} = 1.55 \mu\Omega$
Rasipna induktivnost štapa: $L_b = 398.58 \text{ nH}$	Rasipna induktivnost segmenta prstena: $L_{er} = 5.59 \text{ nH}$

Potrebno je napomeniti da podaci koji se tiču kaveznog namotaja navedeni u prethodnoj tabeli važe za slučaj kada je broj štapova na rotoru $Q_r = 30$. Za različite brojeve štapova sve podatke koji su navedeni u prethodnoj tabeli, a koji se tiču kaveznog namotaja, potrebno je preračunati na način prikazan u [17].

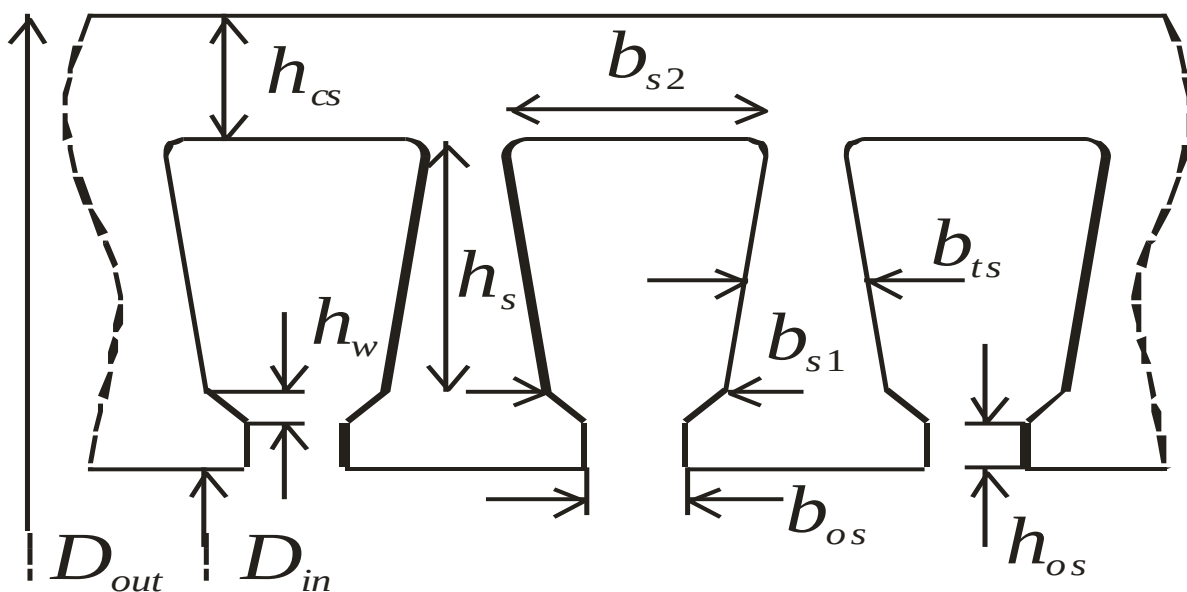
Radi lakšeg razumijevanja značenja geometrijskih podataka žljeba statora i rotora datih u Tabeli 5.1. na slici 5.1. i slici 5.2. je prikazan oblik žljeba statora i rotora sa označenim dimenzijama.

Korišćenjem parametara navedenih u Tabeli 5.1. mogu se dobiti funkcije namotaja faznih namotaja statora .

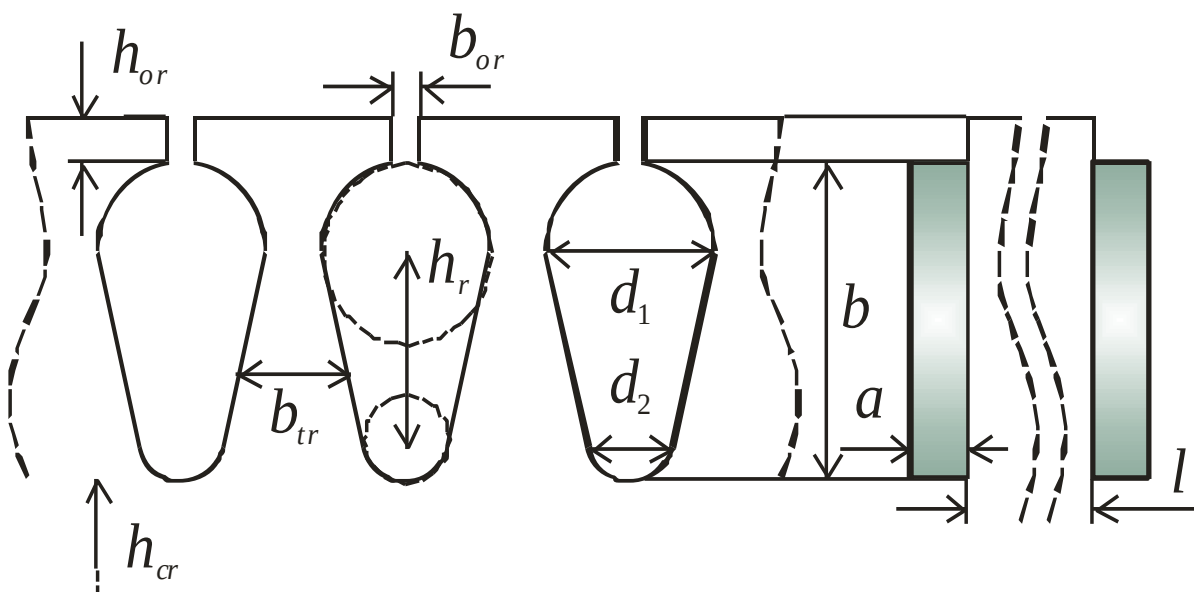
Slika 5.3. prikazuje funkciju namotaja faze A.

Slika 5.4. prikazuje resultantnu obrtnu mms u slučaju kada je struja faze A, amplitude 1A, maksimalna. Može se uočiti da je oblik mms stepeničast što je posljedica stvarnog prostornog rasporeda namotaja. Prethodno navedena činjenica je osnovna prednost modela baziranog na

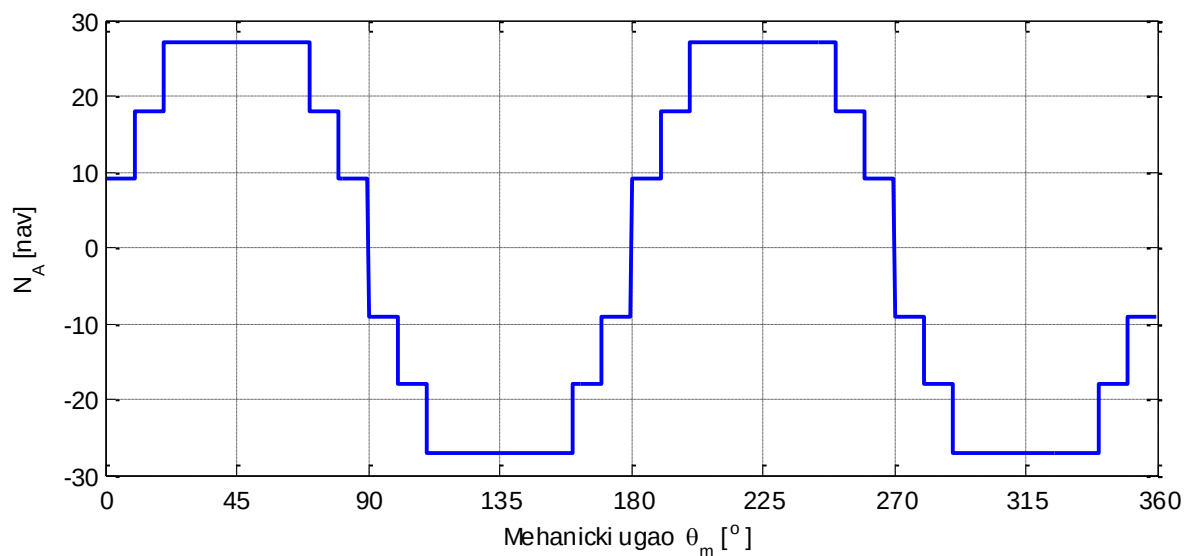
teoriji funkcije namotaja, a to je da se ne pretpostavlja sinusna raspodjela namotaja već se uzima u obzir realni oblik mms.



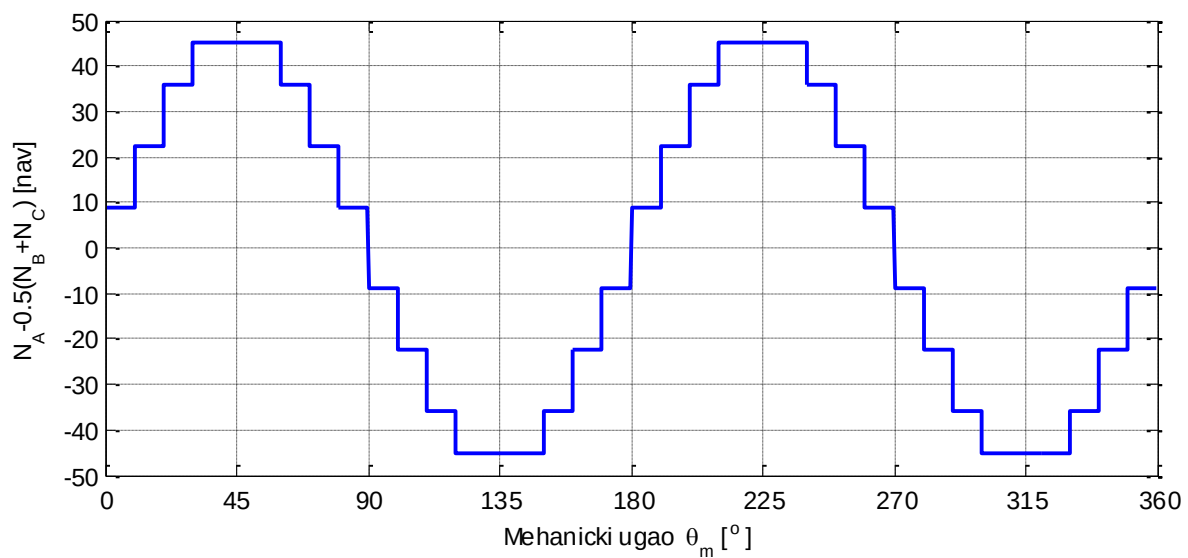
Slika 5.1. Geometrija žljeba statora



Slika 5.2. Geometrija žljeba rotora

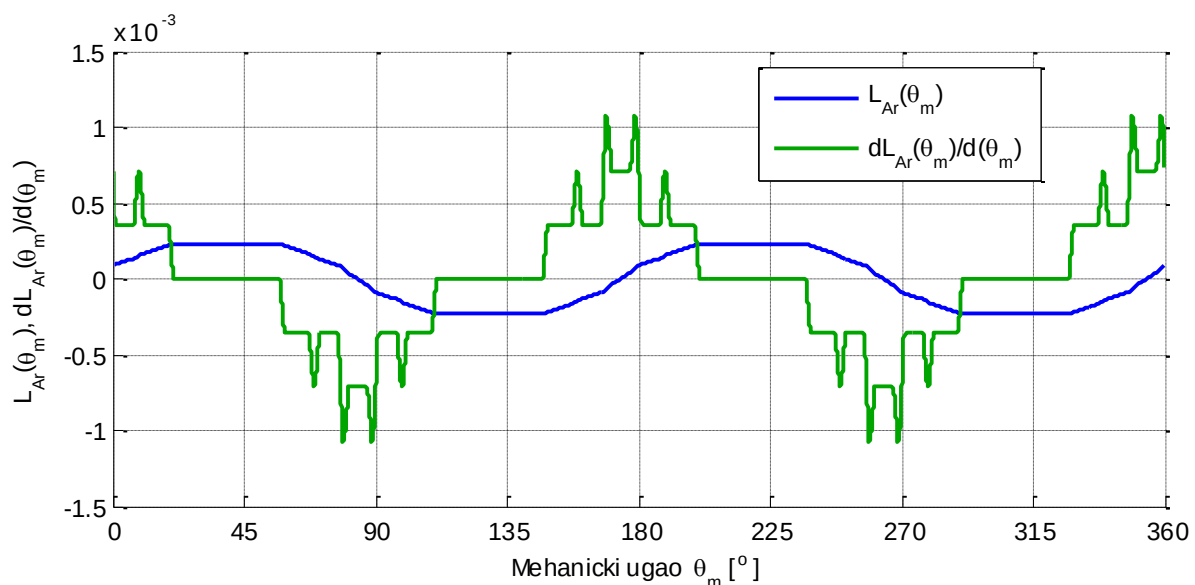


Slika 5.3. Funkcija faznog namotaja A



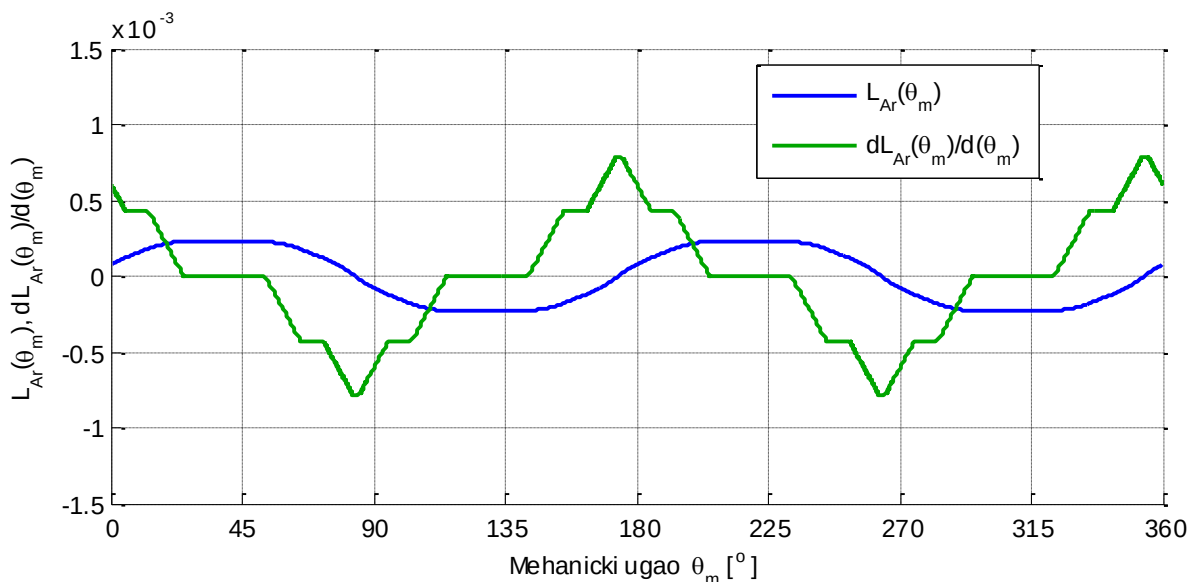
Slika 5.4. Obrtna mms u trenutku kada je struja faze A maksimalna

Slika 5.5. prikazuje oblik funkcije međusobne induktivnosti između jednog statorskog faznog namotaja i jedne petlje rotora u zavisnosti od položaja rotora, odnosno u zavisnosti od ugaone koordinate, za slučaj neiskošenih rotorskih štapova. Na slici 5.5. je takođe prikazan i izvod prethodne funkcije po ugaonoj koordinati.



Slika 5.5. Međusobna induktivnost faznog namotaja A i petlje rotora i njen izvod po ugaonoj koordinati za slučaj neiskošenih rotorskih štapova

Slika 5.6. prikazuje oblik funkcije međusobne induktivnosti između jednog statorskog faznog namotaja i jedne petlje rotora u zavisnosti od položaja rotora, odnosno u zavisnosti od ugaone koordinate, za slučaj iskošenih rotorskih štapova. Na slici 5.6. je takođe prikazan i izvod funkcije po ugaonoj koordinati.

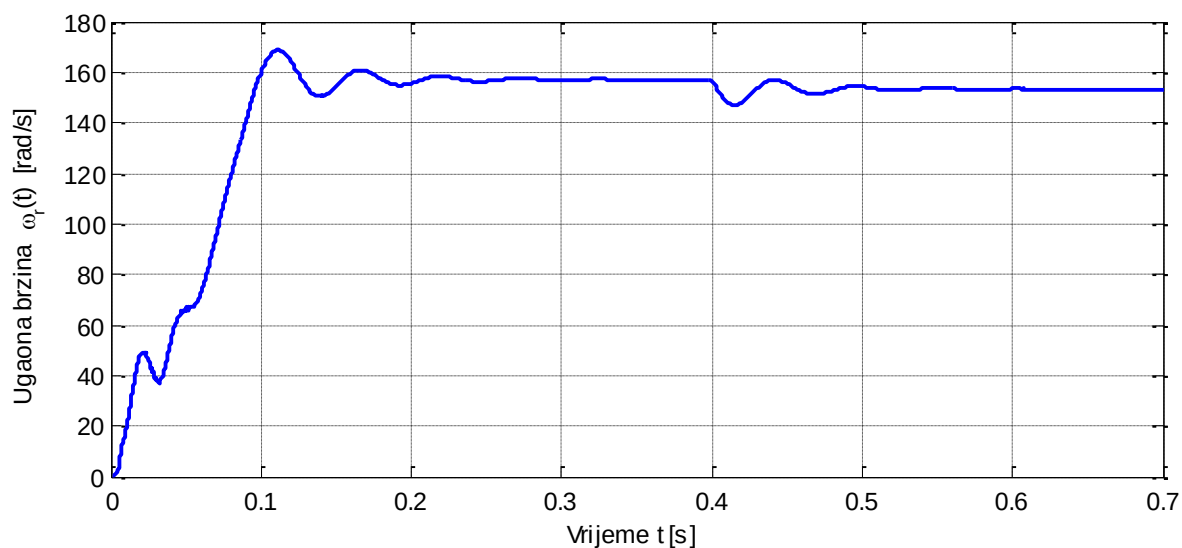


Slika 5.6. Međusobna induktivnost faznog namotaja A i petlje rotora i njen izvod po ugaonoj koordinati za slučaj iskošenih rotorskih štapova. Ugao iskošenja $\gamma = 2\pi / Q_s = 2\pi / 36$

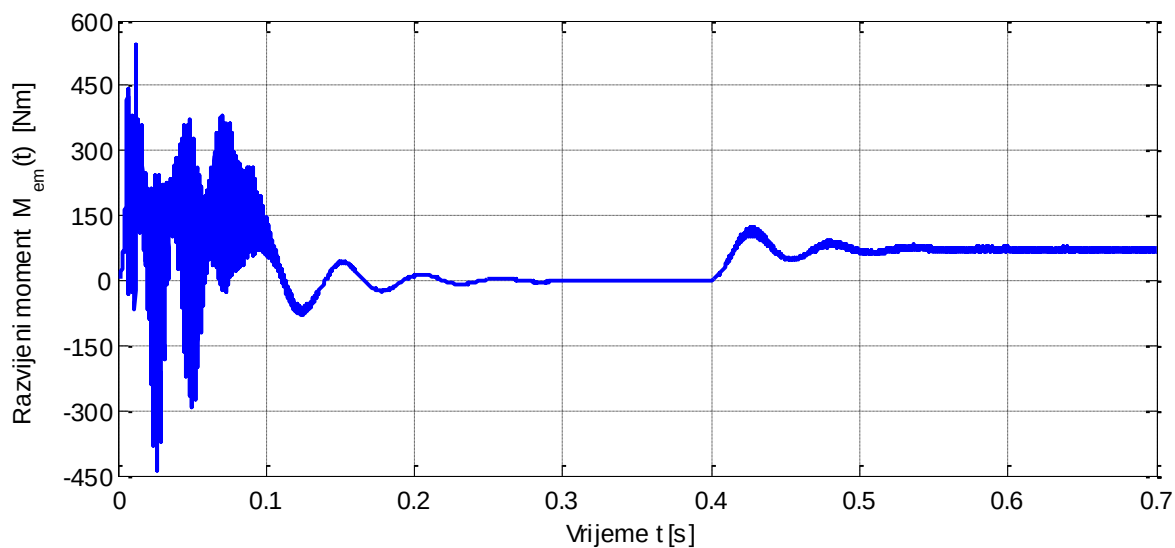
Sa slike 5.5. i slike 5.6. može se uočiti da stvarni oblik funkcije međui induktivnosti nije prostoperiodičan. Takođe, može se uočiti i uticaj iskošenja na oblik pomenute funkcije, a naročito na oblik njenog izvoda. U slučaju neiskošenih štapova izvod funkcije međusobne induktivnosti ima izražene diskontinuitete (pikove), dok su u slučaju iskošenih štapova diskontinuiteti primjetno manji. Prethodno navedeno ima direktan uticaj na razvijeni elektromagnetski momenat jer on, kako je to već napomenuto, zavisi od izvoda induktivnosti po ugaonoj koordinati, (3.22).

Slika 5.7. prikazuje vremensku promjenu ugaone brzine rotora za slučaj neiskošenih rotorskih štapova.

Slika 5.8. prikazuje vremensku promjenu razvijenog elektromagnetskog momenta za isti slučaj.



Slika 5.7. Ugaona brzina pri zalijetanju neopterećenog motora i njegovo opterećivanje u trenutku $t = 0.4$ s, slučaj neiskošenih štapova



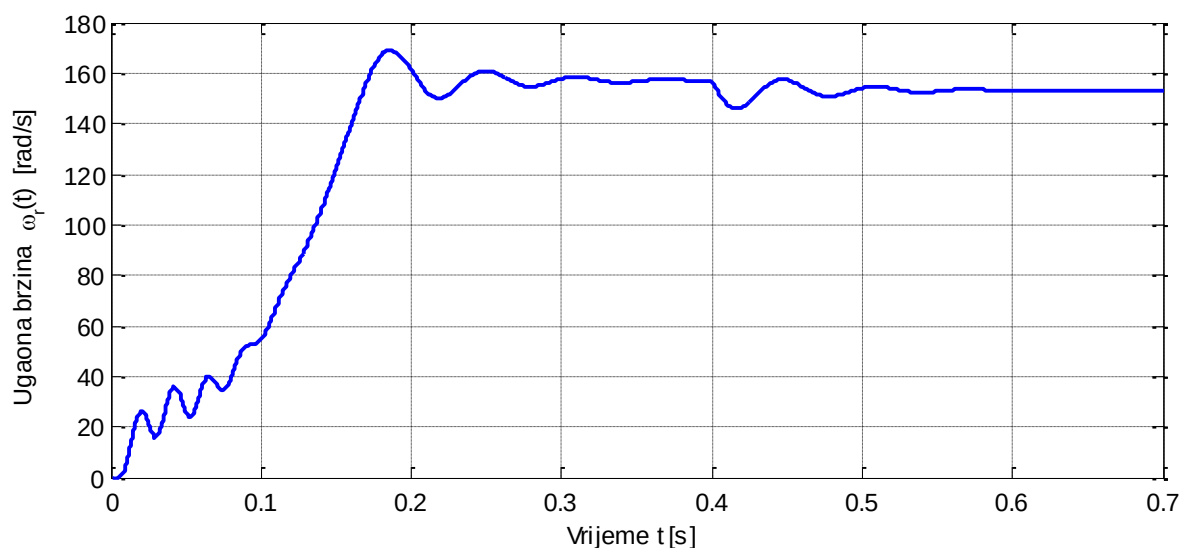
Slika 5.8. Razvijeni elektromagnetski moment pri zalijetanju neopterećenog motora i njegovo opterećivanje u trenutku $t = 0.4$ s, slučaj neiskošenih štapova

Na prethodnim slikama motor se u upušta u rad neopterećen i počinje prelazni proces upuštanja u rad, koji u ovom slučaju traje približno 0.3s, nakon kojeg motor dolazi do stacionarnog stanja i nastavlja da radi tako do 0.4s kada se opterećuje nominalnim mehaničkim momentom na osovini. Nakon kraćeg prelaznog procesa dolazi u novo stacionarno stanje sa nominalnim opterećenjem na osovini.

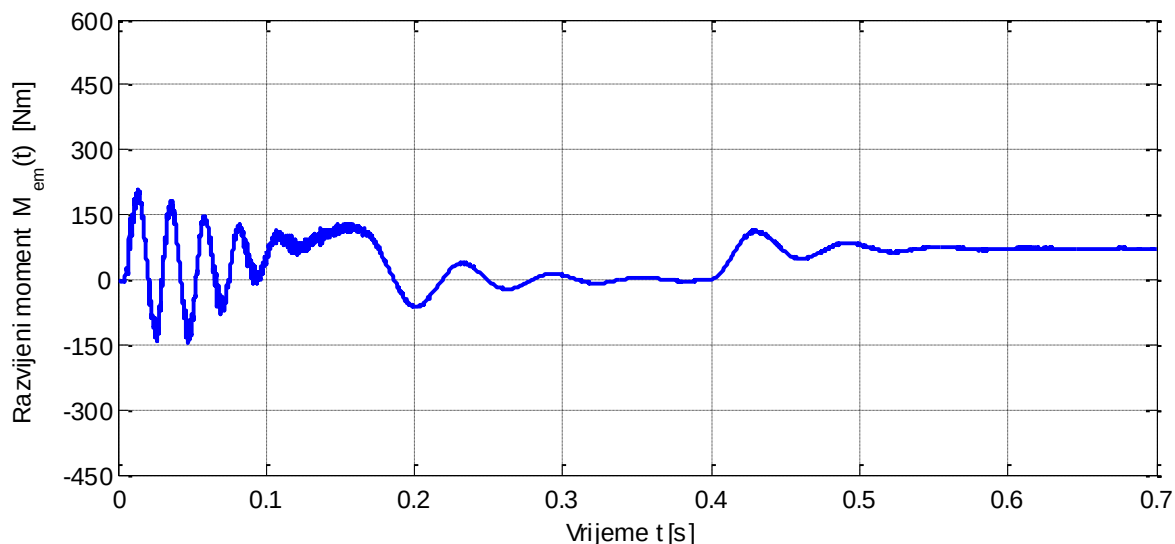
Slika 5.9. prikazuje vremensku promjenu ugaone brzine rotora u slučaju iskošenih rotorskih štapova.

Slika 5.10. prikazuje vremensku promjenu elektromagnetskog momenta za slučaj iskošenih rotorskih štapova.

Procesi kroz koje motor prolazi se odvijaju istim redoslijedom kao i u prethodnom slučaju jedina razlika je da su u ovom slučaju štapovi iskošeni.



Slika 5.9. Ugaona brzina pri zalijetanju neopterećenog motora i njegovo opterećivanje u trenutku $t = 0.4s$: slučaj iskošenih štapova

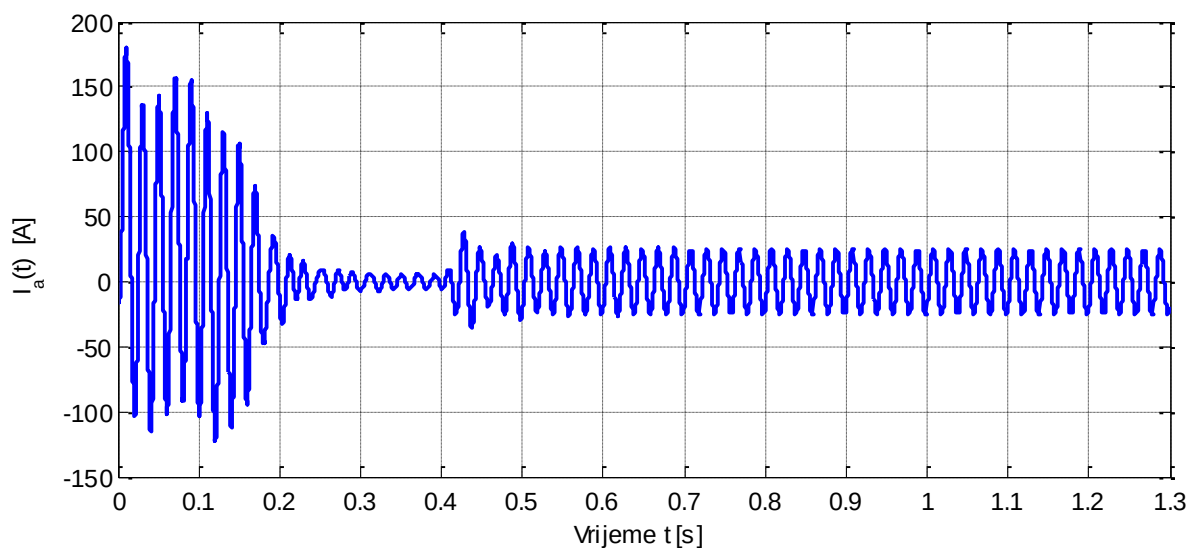


Slika 5.10. Razvijeni elektromagnetski moment pri zalijetanju neopterećenog motora i njegovo opterećivanje u trenutku $t = 0.4$ s: slučaj iskošenih štapova

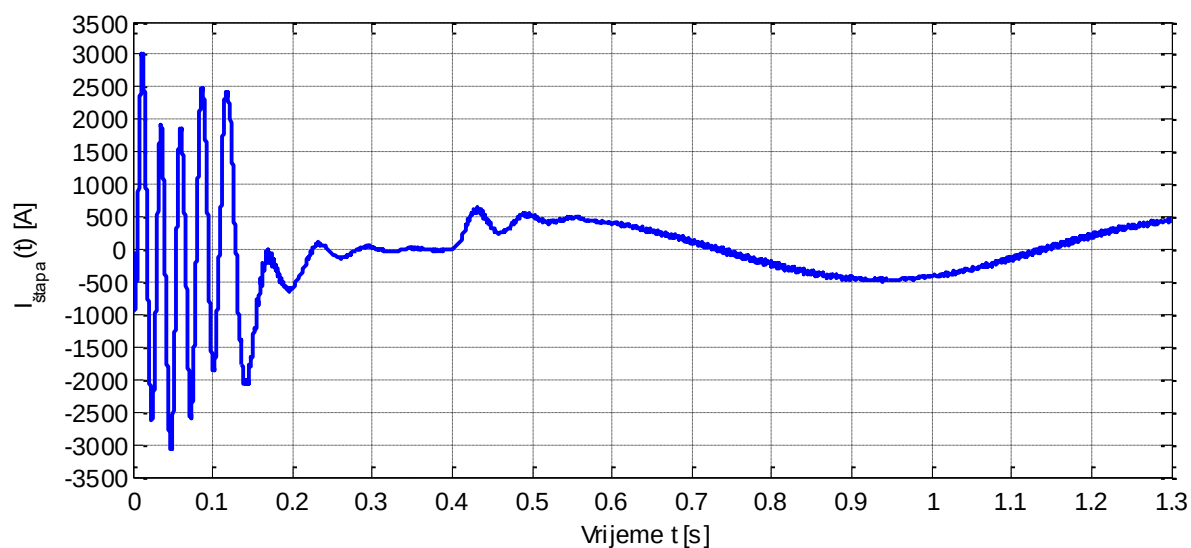
Kada se uporede vremenske promjene momenta pri pokretanju motora, slika 5.8. i slika 5.10., može se uočiti da je nivo pulsacija momenta znatno veći u slučaju neiskošenih štapova. Razlog povećanog nivoa pulsacija kod rotora sa neiskošenim rotorskim štapovima su već pomenuti diskontinuiteti u izvodu funkcije međusobne induktivnosti, slika 5.5.

Poređenjem momenta u ustaljenom stanju nakon opterećivanja nominalnim opterećenjem takođe je moguće uočiti uticaj iskošenja na smanjenje oscilacija u momentu a samim tim i smanjenja buke i vibracija.

Slika 5.11. prikazuje vremenski oblik struje faznog namotaja statora za motor sa iskošenim štapovima. Slika 5.12. prikazuje vremenski oblik struje jednog štapa rotora za motor sa iskošenim štapovima. Motor prolazi kroz iste prelazne procese kao na prethodnim slikama.



Slika 5.11. Struja faznog namotaja statora pri zalijetanju neopterećenog motora i njegovo nominalno opterećivanje u trenutku $t = 0.4$ s: slučaj iskošenih štapova



Slika 5.12. Struja štapa rotora pri zalijetanju neopterećenog motora i njegovo nominalno opterećivanje u trenutku: slučaj iskošenih štapova

Sa slike 5.11. i slike 5.12. se može uočiti da su i struja faznog naotaja i struja štapa rotora pri zalijetanju motora velike što je i očekivano. Nakon zalijetanja motora struja statorskog namotaja se ustaljuje na vrijednost struje praznog hoda. U trenutku $t = 0.4s$ motor se optereti nominalnim opterećenjem, nakon čega se struja ustaljuje na nominalnu vrijednost.

5.2. Određivanje optimalnog broja štapova sa aspekta minimalnih pulsacija elektromagnetskog momenta u ustaljenom stanju

U cilju određivanja optimalnog broja rotorskih štapova sa aspekta minimalnih pulsacija elektromagnetskog momenta u ustaljenom stanju, potrebno je izvršiti simulaciju za različite brojeve štapova na rotoru i definisati neki kriterijum. Optimalan broj štapova će biti onaj za koji su pulsacije momenta u odnosu na srednju vijednost momenta u ustaljenom stanju najmanje. Kriterijum koji će biti korišćen u ovom radu je tzv. *ripple* faktor elektromagnetskog momenta i definisan je na sljedeći način, [32],

$$r(\%) = \frac{M_{em_efektivno_naizmjenično}}{M_{em_jednosmjerno}} \times 100 \quad (5.1)$$

gdje je $M_{em_jednosmjerno}$ jednosmjerna komponenta elektromagnetskog momenta,

$$M_{em_jednosmjerno} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} M_{em}(t) dt \quad (5.2)$$

dok je efektivna vrijednost naizmjenične komponente elektromagnetskog momenta, $M_{em_efektivno_naizmjenično}$ data sljedećim izrazom:

$$M_{em_efektivno_naizmjenično} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (M_{em}(t) - M_{em_jednosmjerno})^2 dt} \quad (5.3)$$

U prethodnim izrazima T je vremenski period koji odgovara jednom obrtaju rotora ili njegovom cjelobrojnom umnošku.

Optimalan broj štapova je onaj za koji je *ripple* faktor elektromagnetskog momenta minimalan.

Tabela 5.2. daje vrijednosti *ripple* faktora elektromagnetskog momenta za motor čiji su podaci dati u Tabeli 5.1. Broj žljebova na rotoru mijenjan je od 22 do 50. Za svaku vrijednost broja štapova određena je vrijednost *ripple* faktora elektromagnetskog momenta i to za slučaj neiskošenih i za slučaj iskošenih rotorskih štapova. Ugao iskošenja je jednak koraku ožljebljenja statora.

Tabela 5.2. Vrijednosti *ripple* faktora ($Q_r = [22 \div 50]$), neiskošeni i iskošeni štapovi

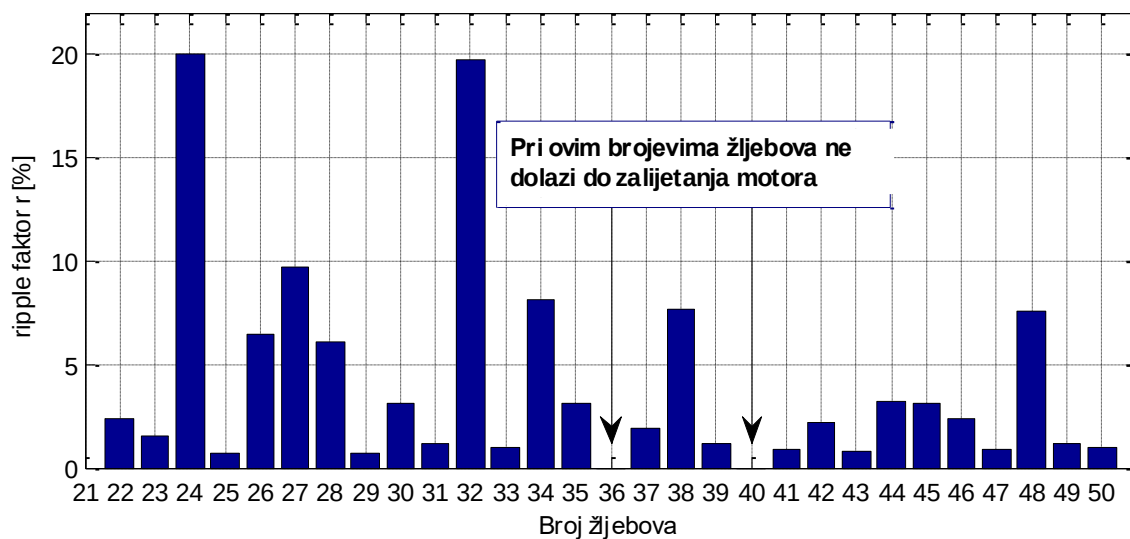
Broj štapova	$r(\%)$ (neiskošeni štapovi)	$r(\%)$ (iskošeni štapovi)
22	2.40	0.42
23	1.54	0.41
24	19.98	2.08
25	0.71	0.42
26	6.47	0.76
27	9.66	0.44
28	6.07	0.68
29	0.65	0.47
30	3.10	0.67
31	1.13	0.57
32	19.72	1.23
33	0.96	0.51
34	8.10	0.48
35	3.13	0.62

36	/	0.89
37	1.91	0.52
38	7.66	0.68
39	1.16	0.71
40	/	1.25
41	0.92	0.50
42	2.21	0.75
43	0.76	0.54
44	3.24	0.67
45	3.07	0.88
46	2.32	0.68
47	0.92	0.57
48	7.53	0.64
49	1.13	0.59
50	0.99	0.50

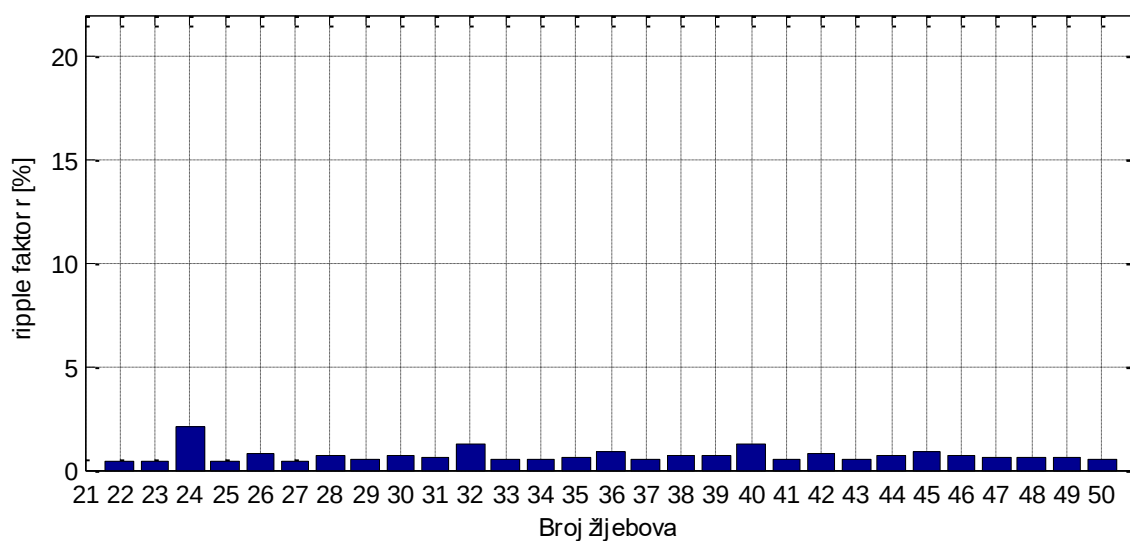
U cilju bolje preglednosti rezultati dati Tabelom 5.2. predstavljeni su i grafički.

Slika 5.13. prikazuje vrijednosti *ripple* faktora elektromagnetskog momenta za slučaj neiskošenih štapova.

Slika 5.14. prikazuje vrijednosti *ripple* faktora elektromagnetskog momenta za slučaj iskošenih štapova.



Slika 5.13. Vrijednosti *ripple* faktora elektromagnetskog momenta za slučaj neiskošenih štapova



Slika 5.14. Vrijednosti *ripple* faktora elektromagnetskog momenta za slučaj iskošenih štapova: $\gamma = 2\pi / Q_s = 2\pi / 36$

Rezultati za slučaj neiskošenih rotorskih štapova se poklapaju sa poznatim pravilima za izbor kombinacije broja statorskih i rotorskih žljebova koja su navedena u drugom poglavlju ovog rada [3-6]. Prvo pravilo je da broj rotorskih štapova treba biti različit od broja statorskih žljebova Q_s , $Q_r \neq Q_s$. Drugo pravilo je da broj rotorskih štapova treba biti različit od broja statorskih žljebova uvećanog ili umanjenog za broj pari polova motora, $Q_r \neq Q_s \pm p$. Treće pravilo je da broj rotorskih štapova treba biti različit od broja statorskih žljebova uvećanog ili umanjenog za broj polova motora $Q_r \neq Q_s \pm 2p$. U svim prethodno navedenim kombinacijama javlja se povećana vrijednost ripple faktora elektromagnetskog momenta, a u ekstremnim slučajevima motor se čak i ne može pokrenuti ($Q_r = 36$ i $Q_r = 40$).

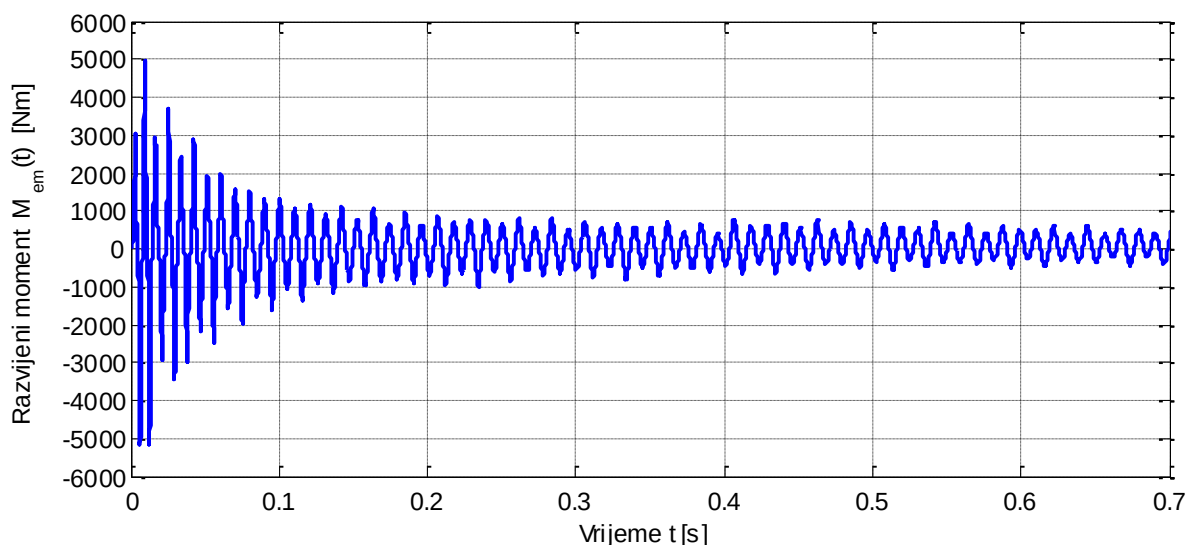
Kršenje prvog pravila, $Q_r = Q_s = 36$, dovodi do ekstremnog slučaja kada se motor ne može pokrenuti već osciluje u mjestu, slika 5.15. Prethodni problem se može prevazići iskošenjem štapova i u tom slučaju motor se može pokrenuti bez problema, slika 5.16.

Posmatrajući vrijednosti *ripple* faktora elektromagnetskog momenta može se doći do zaključka da je u slučaju neiskošenih štapova najbolji broj štapova $Q_r = 29$. Međutim, neparni broj štapova se izbjegava zbog pojave vibracija koje su posljedica neizbalansirane magnetske sile, [11], [14] i [31]. Imajući prethodno navedeno na umu kao najbolje rješenje uzima se $Q_r = 50$. Najgore rješenje za neiskošene rotorske štapove, ako se izuzme broj štapova kod kojih se motor ne može pokrenuti, je $Q_r = 24$.

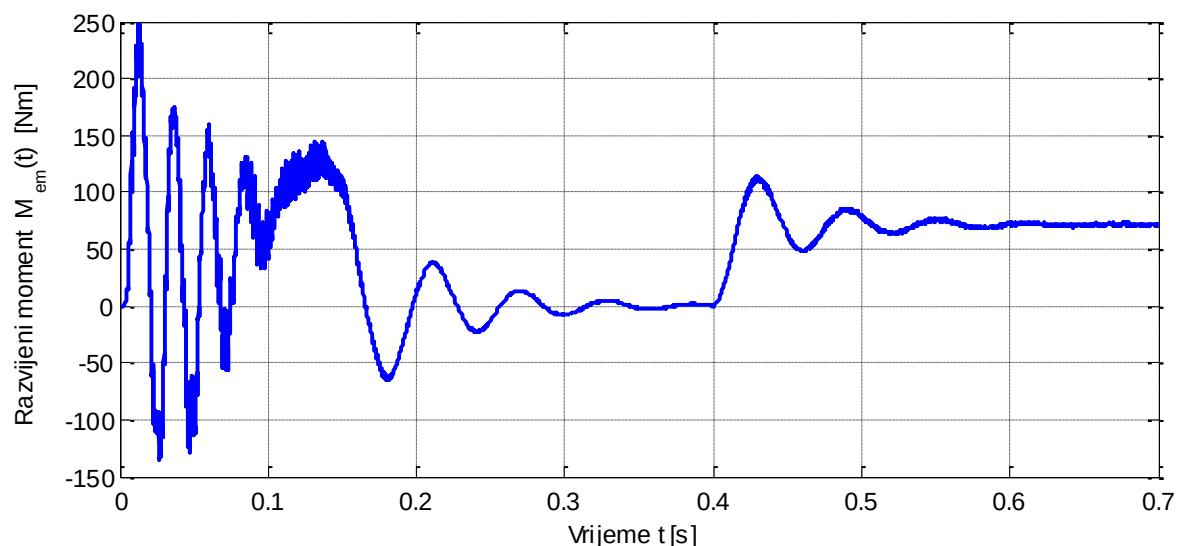
Za četvoropolni motor sa $Q_s = 36$ žljebova na statoru u referenci [27] preporučeni brojevi štapova, za slučaj neiskošenih štapova, su: $Q_r = 26, 28, 44$. U referenci [3] preporučeni brojevi štapova su $Q_r = 22, 26, 30, 42, 46, 50, 54, 58$. Ako se posmatraju vrijednosti *ripple* faktora date Tabelom 5.2. može se uočiti da su za sve preporučene brojeve štapova date u [27] i [3] vrijednosti *ripple* faktora prilično niske, ispod 7%. Naročito dobro slaganje imaju preporučeni

brojevi štapova iz reference [3] gdje je preporučeni broj štapova $Q_r = 50$ za koji je analiza rezultata iz PWF modela pokazala da je najbolje rješenje u opsegu broja štapova koji je analiziran u ovom magistarskom radu, slučaj neiskošenih štapova.

Za četvoropolni motor sa $Q_s = 36$ žljebova na statoru u referenci [6] preporučeni brojevi štapova, za slučaj iskošenih štapova, su: $Q_r = 28, 30, 32, 34, 45, 48$. U referenci [3] preporučeni brojevi štapova, slučaj iskošenih štapova, su $Q_r = 24, 40, 42, 60, 30, 44$. Ni u jednoj od prethodno navedenih referenci nije naveden broj štapova $Q_r = 22$ za koji je analiza rezultata iz PWF modela pokazala da je najbolje rješenje u opsegu broja štapova koji je analiziran u ovom magistarskom radu, slučaj iskošenih štapova.



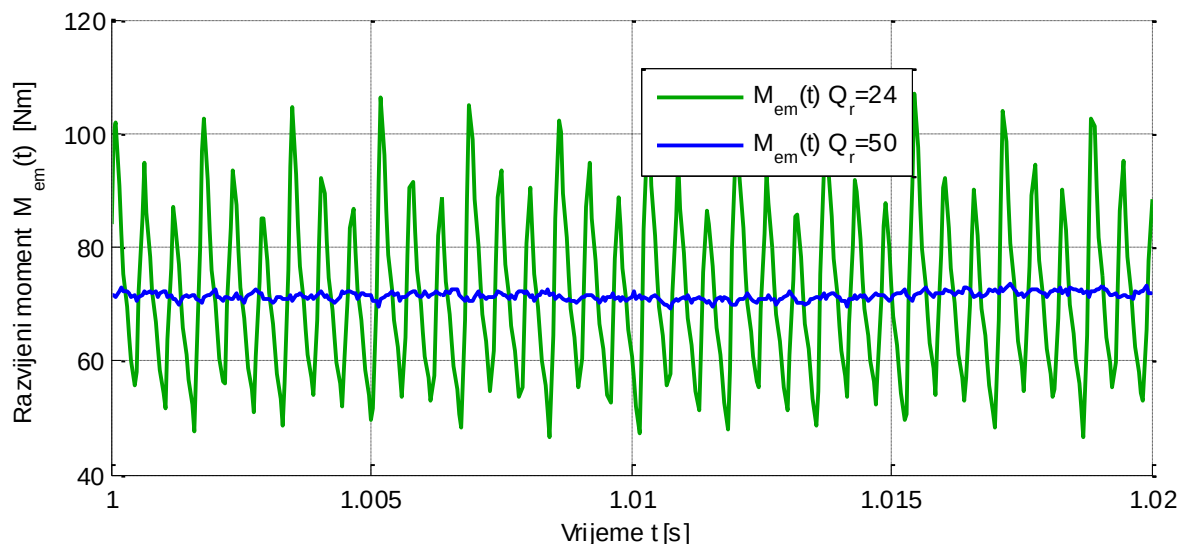
Slika 5.15. Razvijeni elektromagnetski moment za slučaj $Q_r = Q_s = 36$, neiskošeni štapovi



Slika 5.16. Razvijeni elektromagnetski moment za slučaj $Q_r = Q_s = 36$, štapovi iskošeni za korak ožljebljenja statora

Poređenjem slike 5.13. sa slikom 5.14. jasno se može uočiti da sve kombinacije sa iskošenim štapovima imaju znatno manju vrijednosti *ripple* faktora elektromagnetskog momenta što je i očekivano. Najbolje rješenje u slučaju iskošenih štapova daje rotor sa $Q_r = 22$ štapa.

Slika 5.17. prikazuje elektromagnetski momenat u ustaljenom stanju za slučaj neiskošenih štapova za $Q_r = 50$ i $Q_r = 24$, najbolji i najgori slučaj, respektivno.



Slika 5.17. Razvijeni elektromagnetski moment u ustaljenom stanju za slučaj $Q_r = 24$ (najgori slučaj, zelena linija) i $Q_r = 50$ (najbolji slučaj, plava linija), neiskošeni štapovi

5.3. Poređenje rezultata iz PWF i FE modela

U cilju verifikacije rezultata dobijenih primjenom PWF modela na Univerzitetu u Trstu je napravljen FE model za identičnu mašinu čiji su podaci dati Tabelom 5.1. za pet različitih brojeva štapova rotora. U nastavku će biće prikazani rezultati dobijeni korišćenjem FE modela uporedo sa rezultatima dobijenim korišćenjem PWF modela u cilju njihovog poređenja. Brojevi žljebova za koje je odrađena simulacija korišćenjem FE modela su sljedeći: $Q_r = 26$, $Q_r = 30$, $Q_r = 32$, $Q_r = 45$, $Q_r = 48$.

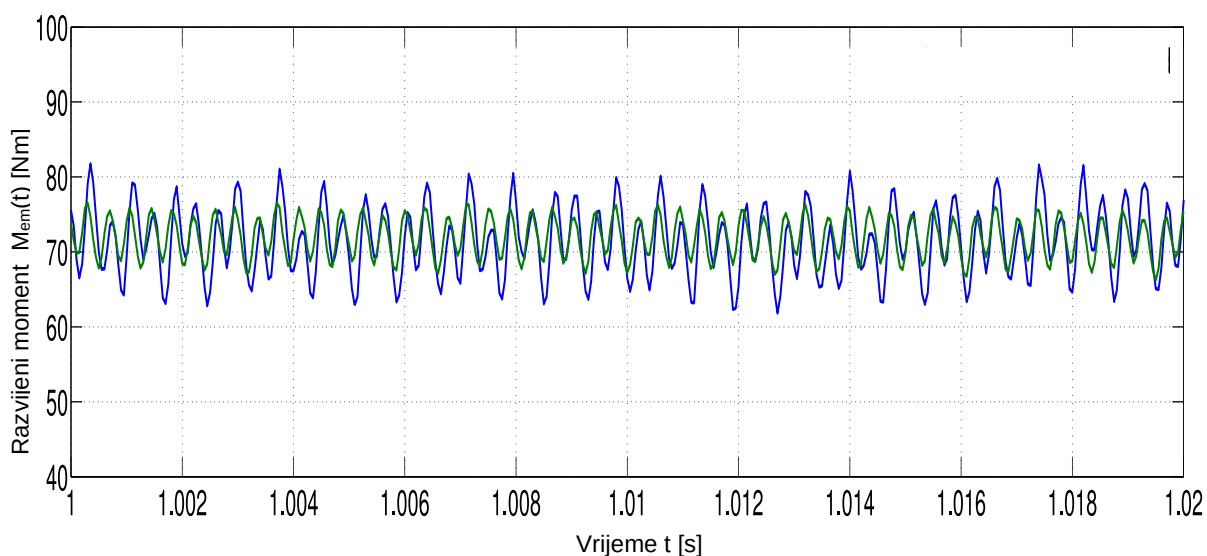
Na slikama 5.18. - 5.22. prikazane su karakteristike elektromagnetskog momenta u ustaljenom stanju dobijene korišćenjem FE modela sa rezultatima dobijenim korišćenjem PWF modela za sljedeće brojeve žljebova: $Q_r = 26$, $Q_r = 30$, $Q_r = 32$, $Q_r = 45$, respektivno.

Sa prethodno navedenih slika može se uočiti vrlo dobro poklapanje rezultata dobijenih korišćenjem PWF modela sa rezultatima iz vrlo pouzdanog i preciznog FE modela. To se posebno može reći za slučaj prikazan slikom 5.20.

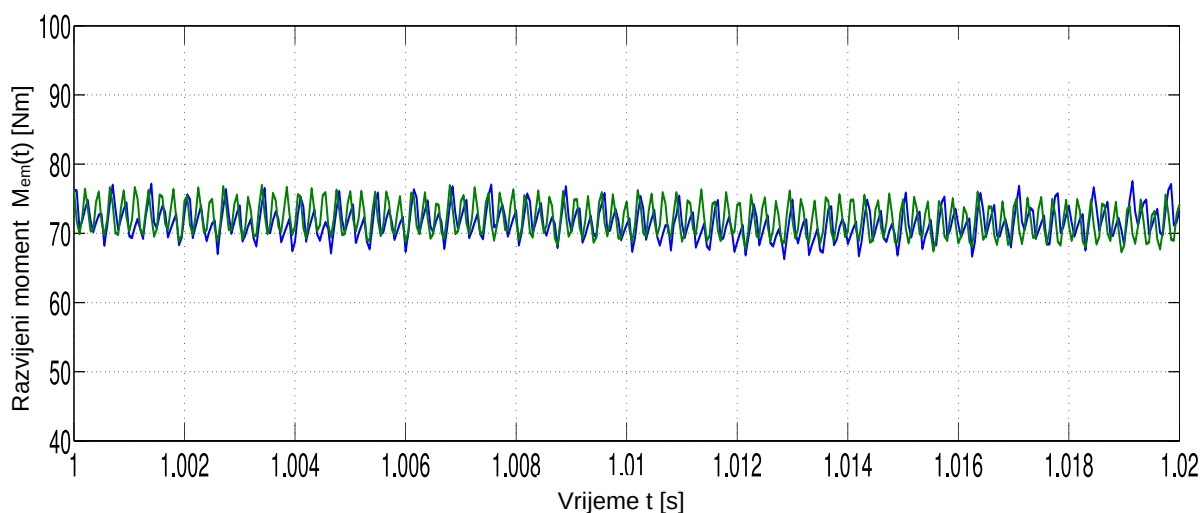
Na kraju je data i tabela 5.3. sa vrijednostima *ripple* faktora elektromagnetskog momenta koji su proračunati na osnovu karakteristika elektromagnetskog momenta u ustaljenom stanju dobijenih korišćenjem FE modela i korišćenjem rezultata dobijenih korišćenjem PWF modela.

Posmatrajći podatke date u tabeli 5.3. takođe se može uočiti vrlo dobro poklapanje rezultata.

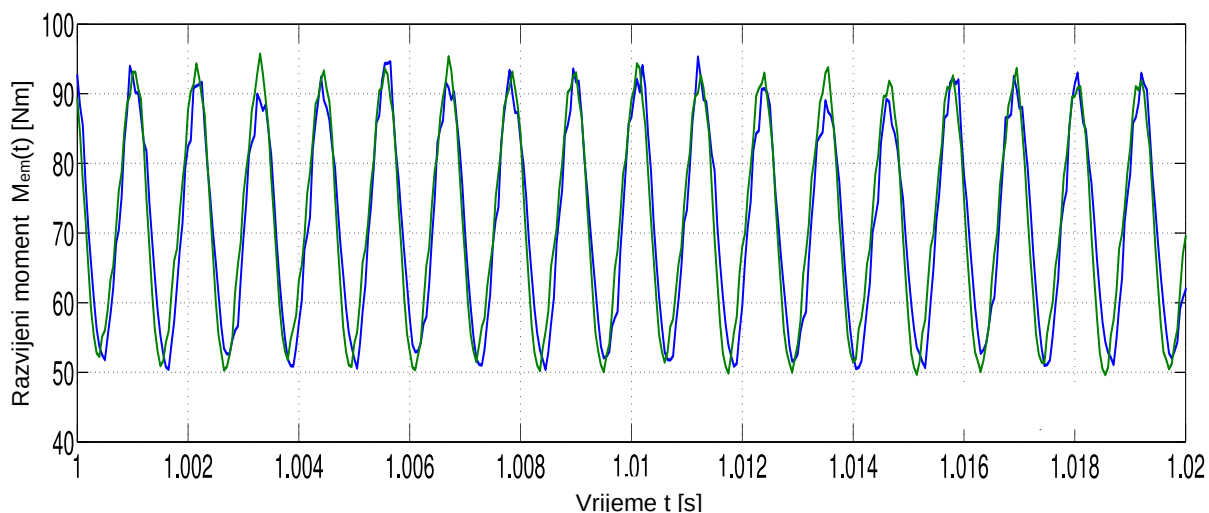
Treba imati na umu da su rezultati iz FE modela rezultati dobijeni za slučaj neiskošenih štapova jer je iskošenje štapova u tom modelu izuzetno zahtjevno- podrazumjeva 3D modelovanje. I u ovom segmentu PWF model pokazuje svoje preimućstvo u odnosu na FE model.



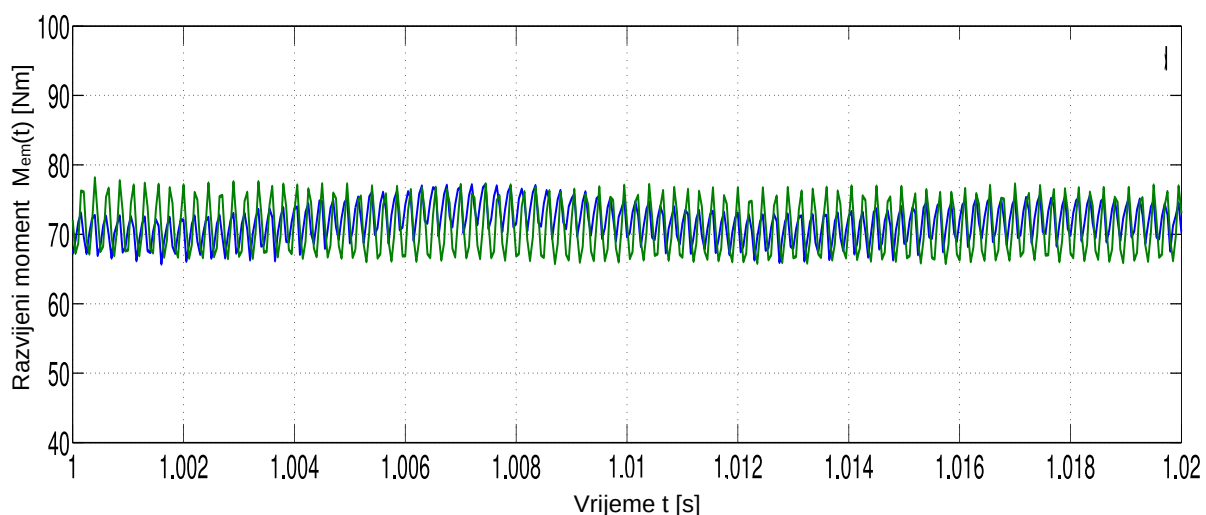
Slika 5.18. Razvijeni elektromagnetski moment u ustaljenom stanju za $Q_r = 26$. PWF model (plava linija), FE model (zelena linija)



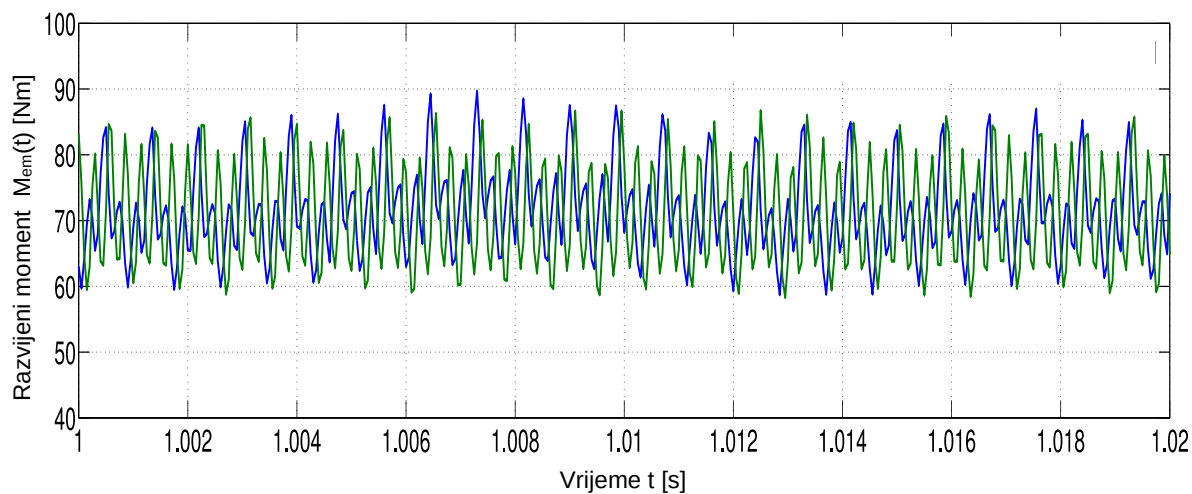
Slika 5.19. Razvijeni elektromagnetski moment u ustaljenom stanju za $Q_r = 30$. PWF model (plava linija), FE model (zelena linija)



Slika 5.20. Razvijeni elektromagnetski moment u ustaljenom stanju za $Q_r = 32$. PWF model (plava linija), FE model (zelena linija)



Slika 5.21. Razvijeni elektromagnetski moment u ustaljenom stanju za $Q_r = 45$. PWF model (plava linija), FE model (zelena linija)



Slika 5.22. Razvijeni elektromagnetski moment u ustaljenom stanju $Q_r = 48$. PWF model (plava linija), FE model (zelena linija)

Tabela 5.3. Vrijednosti *ripple* faktora elektromagnetskog momenta

Broj štapova	$r(\%)$ (PWF model)	$r(\%)$ (FE model)
$Q_r = 26$	6.47	4.05
$Q_r = 30$	3.10	4.15
$Q_r = 32$	19.72	20.25
$Q_r = 45$	3.07	5.72
$Q_r = 48$	7.53	11.19

Ono na šta se ovdje treba posebno osvrnuti jeste vrijeme potrebno za izvršavanje programa u PWF modelu i FE modelu.

Za izvršavanje programa baziranog na PWF modelu, pisanog u MATLABu i izvršavanog na računar u prosječnih performansi, potrebno je nešto duže vremena za slučajeve sa većim brojem štapova rotora a nešto kraće za slučajeve sa manjim brojem štapova rotora. Međutim, u svim analiziranim slučajevima, za broj štapova rotora između 22 i 50, to vrijeme je kraće od dvije minute.

Što se tiče vremena izvršavanja programa u FE modelu, na računar sličnih performansi, vrijeme je neuporedivo duže. Za slučaj sa 45 štapova rotora, što je jedini slučaj kod koga nije bilo moguće iskoristiti argumente simetrije mašine, jer se radi o neparnom broju štapova, vrijeme izvršavanja programa tj. analize prelaznog procesa u trajanju od 1.3s iznosi 22 sata! U slučajevima kada je geometriju mašine, iz razloga postojanja simetrije, moguće uprostiti pa na taj način analizirati samo polovinu ili čak četvrtinu pune geometrije, to vrijeme je kraće, proporcionalno stepenu simetrije.

6. ZAKLJUČAK

Cilj ovog rada je bio nalaženje optimalnog broja štapova na rotoru za slučaj mrežno napajanog, trofaznog, četvoropolnog kaveznog asinhronog motora sa $Q_s = 36$ žljebova na statoru. Pod pojmom optimalan broj štapova smatran je onaj broj štapova koji za rezultat ima minimalne pulsacije razvijenog elektromagnetskog momenta motora u ustaljenom stanju, pri punom opterećenju. U cilju rješavanja navedenog problema u tezi je primijenjen parametrizovani dinamički model motora baziran na teoriji funkcije namotaja (PWF model). Ovaj model je omogućio elegantno i efikasno rješenje onoga što je postavljeno kao cilj rada. Riječ je o modelu koji kao slobodne parametre ima broj štapova rotora i ugao njihovog iskošenja pri čemu su nominalna snaga motora i dizajn namotaja statora nepromjenljivi. U radu je analiza urađena kako za slučaj neiskošenih štapova rotora tako i za slučaj kada su štapovi rotora bili iskošeni. U ovom zadnjem slučaju, analizirano je iskošenje štapova rotora za jedan korak ožljebljenja na statoru, što je i najčešći slučaj u praksi.

Primjenom PWF modela došlo se do broja štapova rotora koji za rezultat ima najmanje moguće pulsacije elektromagnetskog momenta nominalno opterećenog motora u ustaljenom stanju i to za slučaj sa neiskošenim i iskošenim štapovima rotora. Kao kriterijum pri izboru optimalnog broja štapova korišćen je *ripple* faktor- optimalan broj štapova je onaj za koji su pulsacije momenta u odnosu na srednju vrijednost momenta u ustaljenom stanju najmanje. Kao optimalno rješenje (ono sa najmanjom vrijednošću *ripple* faktora) za slučaj neiskošenih štapova rotora pokazao se kavezni rotor sa $Q_r = 50$ štapova. Ovaj broj štapova je među preporučenim brojem štapova u dostupnoj literaturi ali nije nigdje prepoznat kao optimalan. Optimalno rješenje u slučaju iskošenih štapova je rotor sa $Q_r = 22$ štapa. Ovaj rezultat nije nigdje naveden u literaturi koja je u ovom radu citirana ni kao slučaj koji se preporučuje a pogotovo ne kao optimalan izbor sa aspekta minimizacije pulsacija elektromagnetskog momenta.

U cilju potvrde rezultata dobijenih iz PWF modela, na Departmanu za inženjering i arhitekturu Univerziteta u Trstu, Italija, u komercijalnom softveru je paralelno razvijen model baziran na metodi konačnih elemenata, za pet različitih slučajeva broja štapova na rotoru. Pritom su svi analizirani slučajevi bili sa neiskošenim štapovima jer iskošenje štapova rotora u FE modelu podrazumijeva razvoj trodimenzionalnog modela što je vremenski jako zahtjevno a često dovodi i do nestabilnosti numeričke procedure. Za sve analizirane slučajeve, iz dva modela potpuno različita po svojoj prirodi, dobijena su vrlo dobra poklapanja rezultata kako kvalitativno tako i kvantitativno.

Takođe, zaključci koji su dobijeni uz pomoć PWF modela pokazuju i dobra poklapanja sa postojećim pravilima za izbor odgovarajuće kombinacije broja statorskih i rotorskih žljebova.

Navedene prednosti i potvrđena preciznost PWF modela je dodatni motiv za njegovo dalje unapređenje i primjenu za rješavanje sličnih problema koji su još uvijek otvoreni u oblasti asinhronih mašina ali i drugih vrsta rotacionih električnih mašina.

Literatura

- [1] R. L. Nailen, "*The importance of 'slot combination' in a-c motor design*", Electrical Apparatus, Vol. 45, No. 8, pp. 3131-3136, June 2005.
- [2] G. Kron, "*Induction motor slot combinations: rules to predetermine crawling vibrations, noise and hooks in the speed-torque curve*", AIEE Transactions, Vol. 50, No. 2, pp. 757-767, June 1931.
- [3] R. Richter, *Elektrische Maschinen, Vol. 4 – Die Induktionsmaschine*, Verlag Birkhauser, 1954.
- [4] Juha Pyrhonen, Tapani Jokinen, Valeria Hrabovcova, "*Design of Rotating Electrical Machines*", John Wiley & Sons, 2008.
- [5] P. Alger, "*Induction machines: their behavior and uses*", Gordon and Breach Science Publishers, June 1970.
- [6] I. Boldea, S. A. Nasar, "*The Induction Machine Handbook*", CRC Press, 2002.
- [7] T. Gundogdu, Z. Zhu, J. Mipo, "*Influence of Stator Slot and Pole Number Combination on Rotor Bar Current Waveform and Performance of Induction Machines*", 20th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2017.
- [8] K. Gyftakis and J. Kappatou, "*The Impact of the Rotor Slot Number on the Behaviour of the Induction Motor*", Advances in Power Electronics, vol. 2013
- [9] T. Gundogdu, Z. Zhu and J. Mipo, "*Influence of Rotor Slot Number on Rotor Bar Current Waveform and Performance in Induction Machines*", 2017 20th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2017.

- [10] T. Kobayashi, F. Tajima, M. Ito and S. Shibukawa, "*Effects of slot combination on acoustic noise from induction motors*", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, no. 2, pp. 2101-2104, 1997.
- [11] T. Aho, J. Nerg and J. Pyrhonen, "*The Effect of the Number of Rotor Slits on the Performance Characteristics of Medium-Speed Solid Rotor Induction Motor*", 2006 3rd IET International Conference on Power Electronics, Machines and Drives - PEMD 2006, The Contarf Castle, Dublin, Ireland, 2006.
- [12] V. Fireteanu, T. Tudorache and O. Turcanu, "*Optimal Design of Rotor Slot Geometry of Squirrel-Cage Type Induction Motors*", 2007 IEEE International Electric Machines & Drives Conference, 2007.
- [13] J. Le Besnerais, V. Lanfranchi, M. Hecquet and P. Brochet, "*Optimal Slot Numbers for Magnetic Noise Reduction in Variable-Speed Induction Motors*", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, no. 8, pp. 3131-3136, 2009.
- [14] I. Hirotsuka, K. Tsuboi and F. Ishibashi, "*Effect of slot-combination on electromagnetic vibration of squirrel-cage induction motor under loaded condition*", Proceedings of Power Conversion Conference - PCC '97.
- [15] M. Valtonen, A. Parviainen and J. Pyrhonen, "*The Effects of the Number of Rotor Slots on the Performance Characteristics of Axial-Flux Aluminium-Cage Solid-Rotor Core Induction Motor*", 2007 IEEE International Electric Machines & Drives Conference, 2007.
- [16] T. Marčič, B. Štumberger, G. Štumberger, M. Hadžiselimović and I. Zagradišnik, "*The impact of different stator and rotor slot number combinations on iron losses of a three-phase*

induction motor at no-load", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, vol. 320, no. 20, pp. e891-e895, 2008.

[17] G. Joksimović, "Dynamic model of cage induction motor with number of rotor bars as parameter", The Journal of Engineering, IET, No.6, Vol 2017, pp 205-211.

[18] G. Joksimović, "Parameterized dynamic model of cage induction machine", ICEM 2016, Lausanne, Switzerland.

[19] G. Joksimović, M. Đurović, A. Obradović, "Skew and Linear Rise of MMF Across Slot Modeling – Winding Function Approach", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 14, No. 3, pp. 315-320, September 1999.

[20] G. Joksimović, J. Penman, "The Detection of Inter-turn Short Circuits in the Stator Windings of Operating Motors", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 47, No. 5, pp. 1078-1084, October 2000.

[21] G. Joksimović "Dynamic simulation of cage induction machine with air gap eccentricity", IEE Proceedings, Electric Power Applications, Vol. 152, No. 4, pp. 803-811, July 2005.

[22] G. Joksimović, M. Đurović, J. Penman, N. Arthur, "Dynamic Simulation of Dynamic Eccentricity in Induction Machines – Winding Function Approach", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 15, No. 2, pp. 143-148, June 2000.

[23] C. Bruzzese, G. Joksimović, "Harmonic signatures of static eccentricities in the stator voltages and in the rotor current of no-load salient-pole synchronous generators", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 58, No. 5, pp. 1606-1624, May 2011.

[24] G. Stojčić, M. Vašak, N. Perić, G. Joksimović, T. M. Wolbank, "Detection of Partially Fallen-Out Magnetic Slot Wedges in Inverter-Fed AC Machines at Lower Load Conditions", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 50, No. 2, pp. 1161-1167, March/April 2014.

- [25] G. Joksimović, M. Đurović, J. Penman, "*Cage rotor MMF – Winding Function Approach*", IEEE Power Engineering Review, Vol. 21, No. 4, pp. 64-66, April 2001.
- [26] G. Joksimović, "*AC winding analysis using winding function approach*", International Journal of Electrical Engineering Education, Manchester University Press, Vol. 48, No. 1, pp. 34-52(19), January 2011.
- [27] Thomas A. Lipo, "*Introduction to AC Machine Design*", IEEE Press, John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey. 2017.
- [28] Slobodan Vukosavić: "*Električne mašine*", Akademska misao, Beograd 2010.
- [29] J. Faiz, V. Ghorbanian, and G. Joksimovic, "*Fault diagnosis of induction motors*", Stevenage: Institution of Engineering and Technology, 2017.
- [30] G. Joksimović, A. Kajević, S. Mujović, T. Dlabač, V. Ambrožič, A. Tesarolo, "*Rotor bars skewing impact on electromagnetic pulsations in cage induction motor*", IcEtran 2019, Srebrno jezero, Srbija, 2019.
- [31] A. Arkkio, "*Unbalanced magnetic pull in cage induction motors with asymmetry in rotor structures*", 1997 Eighth International Conference on Electrical Machines and Drives (Conf. Publ. No. 444), Cambridge, UK, 1997.
- [32] Gojko Joksimović, Juan I. Melecio, Paul M. Tuohy, and Siniša Djurović. "*Towards the Optimal 'Slot Combination' for Steady-State Torque Ripple Minimization: an Eight-Pole Cage Rotor Induction Motor Case Study*". Electrical Engineering, 2019.
- [33] G. Joksimović, A. Kajević, M. Mezzarobba, A. Tassarolo, "*Optimal Rotor Bars Number in Four Pole Cage Induction Motor with 36 Stator Slots – Part I: Numerical Modeling*", prijavljeno za konferenciju ICEM 2020, Gothenburg, Sweden
- [34] G. Joksimović, A. Kajević, M. Mezzarobba, A. Tassarolo, "*Optimal Rotor Bars Number in Four Pole Cage Induction Motor with 36 Stator Slots – Part II: Results*", prijavljeno za konferenciju ICEM 2020, Gothenburg, Sweden